M2a Analysis **Prüfung 3**

Dr. A. Stahel 21.5.1999

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die folgenden Laplacetransformationen, resp. Rücktransformationen. Die Rechnungen sind exakt auszuführen.

(a) $f(t) = (t-1)^2$

(b) $g(t) = e^{-3\,t}\,\cos(\pi\,t)$

(c) $H(s) = \dfrac{s+3}{s\,(s-2)}$

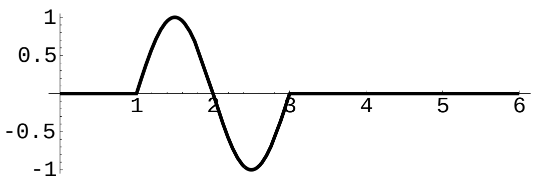
(d) $K(s) = \dfrac{s}{(s+3)^3}$

(e) $L(s) = \dfrac{s-3}{s^2+2\,s+4}$

Aufgabe 2:
Eine Funktion $f(t)$ ist gegeben durch

$$f(t) = \begin{cases} -\sin(\pi\,t) & \text{für} \quad 1 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Graph der Funktion ist rechts gegeben.



(a) Stellen Sie das Integral für $\mathcal{L}[f(t)](s) = F(s)$ auf. Das Integral ist **nicht** zu berechnen.

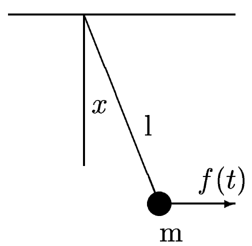
(b) Berechnen sie $F(s)$ ohne Integrale, aber mit Hilfe von Verschiebungssätzen und

$$\mathcal{L}[\sin(a\,t)](s) = \frac{a}{s^2+a^2}$$

Aufgabe 3:
Für das Pendel in der Skizze rechts mit Masse $m = 1$ gilt die Differentialgleichung

$$\ddot{x} = -\frac{g}{l}\,x + f(t) \quad \text{mit} \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0$$

Die Kraft $f(t)$ ist konstant $f(t) = 7$ für ersten zwei Sekunden und dann ist sie Null.



(a) Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung mit Hilfe von Laplacetransformationen.

(b) Geben sie explizite Formel für $x(t)$ falls $t > 2$.

(c) Wie lange (statt 2 Sekunden) müsste die Kraft wirken, damit das Pendel nachher wieder exakt in die Ruheposition zurückkehrt und dort bleibt?

Aufgabe 4: Untersuchen Sie die Integrale

$$A = \int_0^\infty \frac{1+e^{-x}}{x+1}\, dx \quad \text{und} \quad B = \int_{-1}^{8} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\, dx$$

(a) Eines der beiden Integrale A oder B existiert. Entscheiden sie welches und geben Sie eine Begründung.

(b) Bestimmen Sie den Wert des existierenden Integrales. Die Rechnungen sind zu zeigen, d.h. Taschenrechner nur als Kontrolle verwenden.
