M2a Analysis **Prüfung 1**

Dr. A. Stahel 14.1.1999

Aufgabe 1: Die Kurve C verbindet die Punkte $(1,-2)$ und $(3,3)$ durch ein Geradenstück. Berechnen Sie

(a)

$$a=\int_C \begin{pmatrix} x-y \\ e^{3x} \end{pmatrix} \cdot \vec{ds}$$

(b)

$$b=\int_C (x-y+e^{3x}) \cdot ds$$

Aufgabe 2: Untersuchen Sie die Kurve C

$$\vec{x}(t)=\begin{pmatrix} 3\cos t \\ 3\sin t \end{pmatrix} \quad \text{für} \quad 0\leq t\leq \pi \quad \text{und} \quad \vec{F}(x,y)=\begin{pmatrix} x^2 \\ y \end{pmatrix}$$

Es gibt eine skalare Funktion $f(x,y)$, sodass für die Kurve C gilt

$$\int_C \vec{F}(x,y)\cdot\vec{ds}=\int_C f(x,y)\,ds$$

Bestimmen Sie die Funktion $f(x,y)$. Das Integral ist **nicht** zu berechnen.

Aufgabe 3: Bestimmen Sie die exakten Lösungen der folgenden Differentialgleichungen

(a) $\ddot{y}+2\,y=t^2$

(b) $7\,\dot{y}+6\,y=\sin t$ mit $y\,(0)=0$

Aufgabe 4: Für einen adiabatischen Vorgang mit einem idealen Gas (Volumen V und Druck p) gilt

$$\frac{d\,p}{d\,V}=-\left(\frac{c_p}{c_V}\right)\,\frac{p}{V}$$

Hierbei ist

c_V spezifische Wärmekapazität bei festgehaltenem Volumen
c_p spezifische Wärmekapazität bei festgehaltenem Druck

(a) Bestimmen Sie den Druck p als Funktion des Volumens V.

(b) Zeigen Sie, dass $p\cdot V^{\kappa}=$ konst für eine geeignete Konstante κ. Bestimmen Sie κ.

Aufgabe 5: Eine durch eine Feder gehaltene Masse mit $m=2\,\text{kg}$ schwingt horizontal mit 10 Schwingungen pro Sekunde. Nach einer Minute ist die Amplitude auf 50% des Anfangswertes abgefallen.

(a) Bestimmen Sie die Federkonstante k und die Dämpfungskonstante α in $m\,\ddot{y}=-k\,y-\alpha\,\dot{y}$.

(b) Für welche Werte der Dämpfungskonstante α (k und m fest) schwingt das System **nicht** mehr?
