F2 Mathematik/Mathématique **Prüfung/Épreuve 3**

Dr. A. Stahel 9.6.1999

Aufgabe / Problème 1:

Examiner les intégrals

Untersuchen Sie die Integrale

$$A = \int_0^\infty \frac{1+e^{-x}}{x+1}\,dx \quad \text{et/und} \quad B = \int_{-1}^{8} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx$$

(a) Un des deux intégrales A et B existe. Décider lequel et montrer le raisonnement.

(b) Déterminer le valeur de l'intégral qui existe. Montrer tous les calculations, veut-dire utiliser la calculatrice que pour contrôler.

(a) Eines der beiden Integrale A oder B existiert. Entscheiden sie welches und geben Sie eine Begründung.

(b) Bestimmen Sie den Wert des existierenden Integrales. Die Rechnungen sind zu zeigen, d.h. Taschenrechner nur als Kontrolle verwenden.

Aufgabe / Problème 2:

Verwenden Sie die Methode der Partialbruchzerlegung um die ursprüngliche Funktion aus den gegebenen Laplacetransformationen zu bestimmen. Die Rechnungen sind zu zeigen.

Utiliser la méthode de fractions partielles pour trouver les fonctions originales des transformations ci–dessous. Montrer les calculations.

(a) $F(s) = \dfrac{s+3}{s\,(s-2)}$

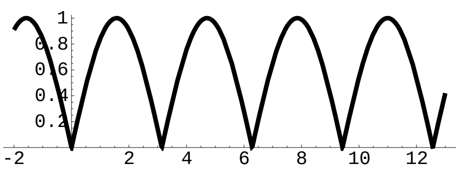
(b) $G(s) = \dfrac{s}{(s+3)^3}$

(c) $H(s) = \dfrac{s-3}{(s+2)\,(s^2+2\,s+4)}$

Aufgabe / Problème 3:

Untersuchen Sie die Funktion $f(t) = |\sin(5\,t)|$. Der Graph der Funktion ist rechts gegeben.
Examiner la fonction $f(t) = |\sin(5\,t)|$, le graphe se trouve à droite.
Verwenden Sie / Utiliser

$$\mathcal{L}[|\sin t|](s) = \frac{(1+e^{-\pi s})}{(1-e^{-\pi s})}\,\frac{1}{s^2+1}$$



(a) Bestimmen Sie $F(s)$.

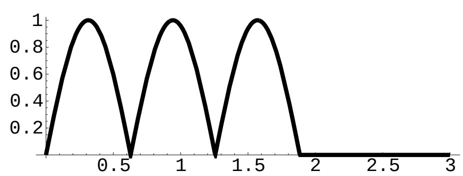
(b) Stellen Sie ein eigentliches Integral auf, mit dessen Hilfe $F(s)$ auch bestimmt werden könnte. Das Integral ist nicht zu berechnen.

(c) Bestimmen Sie die Laplacetransformation $G(s)$ der unten gezeigten Funktion $g(t)$. Das Resultat ist nicht zu vereinfachen.

(a) Trouver $F(s)$.

(b) Donner un intégral propre qui permet de trouver $F(s)$. Ne calculer pas l'intégral.

(c) Calculer la transformation de Laplace $G(s)$ de la fonction $g(t)$ ci–dessous. Pas nécessaire de simplifier le résultat.



Aufgabe / Problème 4:

Untersuchen Sie die unten gezeigte Operationsverstärkerschaltung.

(a) Stellen Sie die Differentialgleichung für die Eingangs- und Ausgangsspannung. Verwenden Sie den Verstärkungsfaktor K für den OpAmp. Setzen Sie $u_{in}(0) = 0$.

(b) Setzen Sie nun $K \approx \infty$ und drücken Sie $U_{out}(s)$ aus mittels $U_{in}(s)$.

(c) Geben Sie die Transferfunktion $G(s)$ des Systems an.

(d) Erstellen Sie die beiden Bode Plots für dieses System.

Examiner le circuit ci–dessous avec un amplificateur opérationnelle.

(a) Trouver l'équation différentielle pour les tension d'entrée u_{in} et de sortie u_{out}. Utiliser le facteur d'amplification K pour le OpAmp et choisir $u_{in}(0) = 0$.

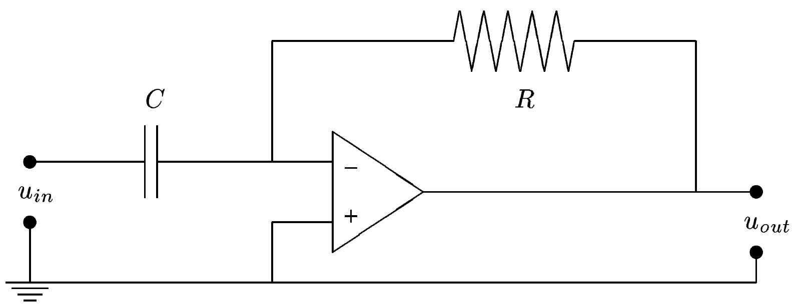
(b) Mettre $K \approx \infty$ et exprimer $U_{out}(s)$ comme fonction de $U_{in}(s)$.

(c) Trouver la fonction de transfert $G(s)$ de ce système.

(d) Trouver les deux plot de Bode pour ce système.

Verwende/Utiliser

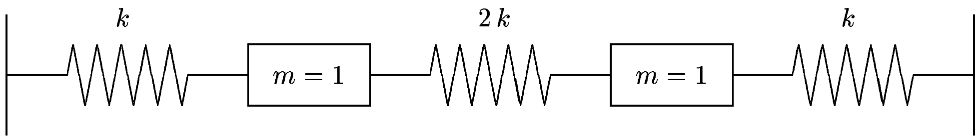
$$\begin{aligned} u &= R I \\ I &= C \dot{u} \end{aligned}$$



Aufgabe / Problème 5:

Die folgende Figur zeigt ein einfaches System von Massen, gekoppelt durch zwei Federn. Seien die Variablen (horizontale Koordinaten) so gewählt, dass $x_1 = 0$ und $x_2 = 0$ der Ruhelage der beiden Massen entsprechen.

La figure ci–dessous montre un systèm simple des ressorts et masses. Choisir les variables (coordonnées horizontales) tel que $x_1 = 0$ et $x_2 = 0$ correspond à la situation stationaire des deux masses.



(a) Finden Sie das System von Differentialgleichungen für $x_1(t)$ und $x_2(t)$.

(b) Finden Sie die Gleichungen für die Laplacetransformierten $X_1(s)$ und $X_2(s)$. Stellen Sie diese Gleichungen als System von linearen Gleichungen dar.

(c) Eliminiert man X_2 aus diesen beiden Gleichungen, so entsteht eine gebrochen rationale Funktion für $X_1(s)$. Bestimmen Sie nur den **Nenner**.

(d) Die allgemeine Lösung für $x_1(t)$ enthält Terme der Form $c_1 \cos(\omega_1 t) + c_2 \cos(\omega_2 t)$. Bestimmen Sie ω_1 und ω_2 als Funktion von k.

(a) Trouver les équations différentielles pour $x_1(t)$ et $x_2(t)$.

(b) Trouver les équations pour les transfomations de Laplace $X_1(s)$ et $X_2(s)$. Écrire comme systéme des équations linéaires.

(c) Éliminer X_2 de ces deux équations et chercher $X_1(s)$ comme fonction rationalles. Trouver le **dénominateur** seulement.

(d) La solution généralle pour $x_1(t)$ contien deux termes de la forme $c_1 \cos(\omega_1 t) + c_2 \cos(\omega_2 t)$. Calculer ω_1 et ω_2 comme fonction de k.