Aufgabe / Problème 1:

Ein Masse–Feder System mit Dämpfung ist beschrieben durch die Differentialgleichung

Un système masse–ressort est donné par l'équation différentielle

$$\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) + 25\, y(t) = f(t)$$

Untersuchen Sie dieses System mit Input $f(t)$ und Output $y(t)$.

(a) Untersuchen Sie den Bode–Plot des Amplitudenfaktors für

- sehr grosse Werte von $s = i\,\omega$
- sehr kleine Werte von $s = i\,\omega$

um den Bode–Plot zu erstellen. Es sollten sich zwei Geraden ergeben, die den Plot gut approximieren werden. Skizzieren Sie diese beiden Geraden für den Bereich $0.1 < \omega < 100$.

(b) Der Wert ω_0 ist bestimmt durch den Schnittpunkt der beiden obigen Geraden. Bestimmen Sie den Wert der Transferfunktion $|G(i\,\omega_0)|$ für diese Frequenz und passen Sie den Bodeplot an.

(c) Der Bode–Plot der Phasenverschiebung ist unten rechts gezeigt. Verwenden Sie ihn und Ihr Resultat der obigen Teilaufgabe um den entsprechenden Nyquist–Plot zu erstellen.

Examiner ce système avec input $f(t)$ et output $y(t)$.

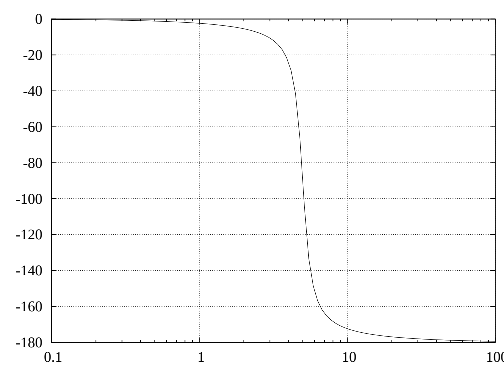
(a) Examiner le plot de Bode des amplitudes pour

- des valeurs très grandes de $s = i\,\omega$
- des valeurs très petites de $s = i\,\omega$

pour esquisser le plot de Bode. On doit arriver à deux droites comme bonne approximation du plot. Esquisser ces droites pour la domaine $0.1 < \omega < 100$.

(b) La valeur ω_0 est donnée par le point d'intersection des deux droites. Déterminer la valeur de la fonction de transfert $|G(i\,\omega_0)|$ pour cette fréquence et puis modifier le plot de Bode.

(c) Le plot de Bode de déphasages est montré ci–dessous. Utiliser ce plot et les résultats ci–dessus de pour ésquisser le plot de Nyquist.

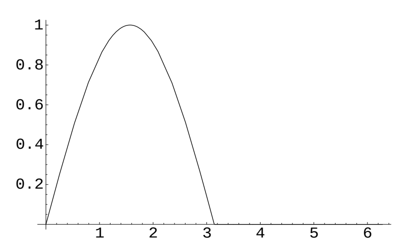


Aufgabe / Problème 2:

Untersuchen Sie die Fourier–Sinus Reihe der rechtsstehenden Funktion $f(t)$ auf dem Intervall $(0\,,\,2\,\pi)$.

$$f(t) = \max\{\sin(t)\,,\,0\}$$

Examiner la série de Fourier–Sinus la fonction $f(t)$ sur l'intervalle $(0\,,\,2\,\pi)$. Trouver le graphe à droite.



(a) Schreiben Sie die Integrale an für die Koeffizienten b_n.

(b) Bestimmen Sie die exakten Werte von b_n.

(c) Bestimmen Sie die Fourier–Sinus Reihe der Funktion. Mindestens die ersten vier von Null verschiedenen Terme sind anzugeben.

(a) Donner les intégrales pour les coefficients b_n.

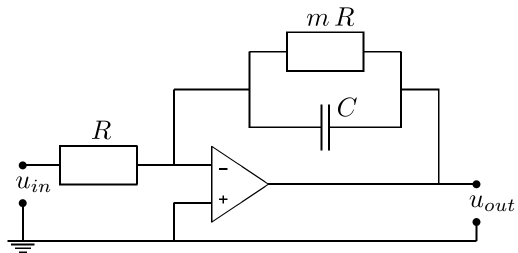
(b) Déterminer les valeurs exactes de b_n.

(c) Donner la série de Fourier–Sinus de la fonction. Montrer au moins quatres termes, differentes de zéro.

Aufgabe / Problème 3:

Für eine (idealisierte) Operationsverstärkerschaltung und komplexe Eingangsignale der Form $u_{in}(t) = e^{i\omega t}$ gilt die Beziehung

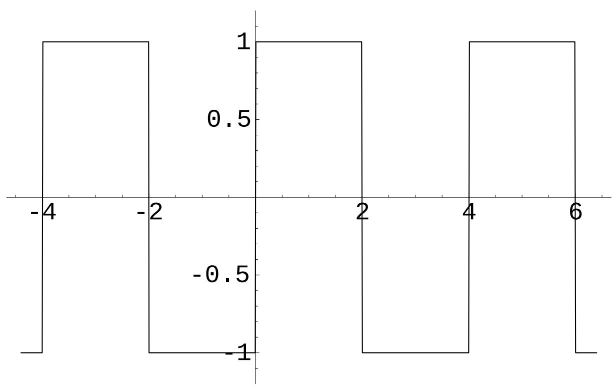
Pour un circuit avec OpAmp et des signaux d'entré complexes $u_{in}(t) = e^{i\omega t}$ on sait que



$$\frac{u_{in}}{R} = -u_{out}\left(\frac{1}{m\,R} + i\,\omega\,C\right)$$

Diesem Schaltkreis wird nun ein periodisches Eingangssignal der untenstehenden Form eingegeben.

On applique un signal d'entré periodique, donné dans la figure ci-dessous.



(a) Bestimmen Sie die Fourierreihe des Eingangssignal $u_{in}(t)$, reell oder komplex.

(b) Bestimmen Sie die Fourierreihe des Ausgangssignal $u_{out}(t)$, reell oder komplex.

(c) Die Funktion $u_{in}(t)$ beinhaltet ein Teilsignal mit Periode 4/7. Bestimmen Sie dessen Amplitude.

(a) Trouver la série de Fourier du signal d'entré $u_{in}(t)$, réelle ou complexe.

(b) Trouver la série de Fourier du signal de sortie $u_{out}(t)$, réelle ou complexe.

(c) La fonction $u_{in}(t)$ possède une composante de période 4/7. Calculer l'amplitude de cette composante.

Für die ursprünglichen Prüfung wurde fälschlicherweise (Fehler des Dozenten) eine Periode von 7/4 untersucht. Bei der Korrektur habe ich dieses Problem so gut wie möglich berücksichtigt.

Aufgabe / Problème 4:

Untersuchen Sie das Randwertproblem

Examiner l'équation différentielle

$$\begin{aligned} u''(x) &= f(x) \quad \text{für/pour} \quad 0 < x < 1 \\ u(0) = u(1) &= 0 \end{aligned}$$

Für $f(x) = \sin(n\pi x)$ ist die Lösung gegeben durch

Pour $f(x) = \sin(n\pi x)$ la solution est donné par

$$u(x) = \frac{-1}{n^2\pi^2} \sin(n\pi\, x)$$

Finden Sie die Lösung der Gleichung für die Funktion $f(x) = 1$ mit Hilfe von Fourierreihen.
Tipp: zuerst Funktion f geeignet erweitern.

Trouver la solution de l'équation pour la fonction $f(x) = 1$ à l'aide des séries de Fourier.
Tip: d'abord considérer une extension de f