Aufgabe / Problème 1:

Calculer les expressions suivantes

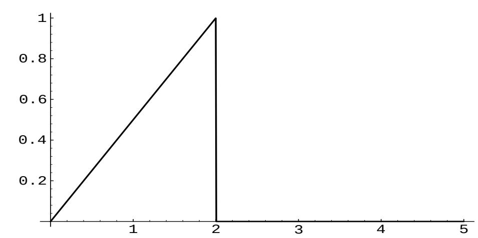
Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke

$$\begin{aligned} A(s) &= \mathcal{L}[t \cdot \sinh(3\,t)](s) \\ B(s) &= \mathcal{L}[e^{-3\,t}\,\cos(2\,t)](s) \\ C(s) &= \mathcal{L}[e^{-3\,t}\,U(t-2)](s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(t) &= \mathcal{L}^{-1}[\frac{s-3}{(s+1)\,(s-4)}](t) \\ f(t) &= \mathcal{L}^{-1}[\frac{2\,s}{(s-2)^2+25}](t) \end{aligned}$$

Aufgabe / Problème 2:

Untersuchen Sie die rechtsstehende Funktion $f(t)$ und die entsprechende Laplacetransformation $F(s) = \mathcal{L}[f(t)](s)$.



$$f(t) = \begin{cases} t/2 & \text{für/pour} \quad 0 \leq t < 2 \\ 0 & \text{für/pour} \quad 2 \leq t \end{cases}$$

Examiner la function $f(t)$ montrée à droite et sa transformation de Laplace $F(s) = \mathcal{L}[f(t)](s)$.

(a) Berechnen Sie $F(s)$ mit Hilfe der Definition der Laplacetransformation als Integral.

(b) Schreiben Sie die Funktion $f(t)$ als Summe und Produkt von elementaren Funktionen und Schrittfunktionen. Bestimmen Sie $F(s)$ auch aufgrund dieser Rechnung.

(c) Die obige Funktion wird 10–periodisch fortgesetzt zur neuen Funktion $g(t)$, d.h. nach 10, 20, 30... Zeiteinheiten wird das Rampensignal jeweils nocheinmal eingeschaltet. Berechnen Sie $G(s) = \mathcal{L}[g(t)](s)$.

(a) Déterminer $F(s)$ à l'aide de la définition de la transformation de Laplace comme intégrale.

(b) Réécrire la fonction $f(t)$ comme somme et produit des fonctions élémentaires et fonction des pas. Puis trouver $F(s)$ aussi à l'aide de ce résultat.

(c) La fonction ci–dessus est régénère avec une période de 10 pour une nouvelle fonction $g(t)$. Donc le triangle réapparaisse aussi après 10, 20, 30, ... unités de temps. Calculer $G(s) = \mathcal{L}[g(t)](s)$.

Aufgabe / Problème 3:

Eine Transferfunktion ist gegeben durch

Une fonction de transfert est donnée par

$$T(s) = \frac{s^2 - 3\,s + 15}{s^3 + s^2 + 2\,s + K}$$

(a) Untersuchen Sie $K = 1$ und zeigen Sie, dass dieses System stabil ist. Mit welchem Exponenten konvergiert eine typische Lösung gegen 0 ?

(b) Untersuchen Sie $K = 5$ und zeigen Sie, dass dieses System instabil ist. Mit welchem Exponenten konvergiert eine typische Lösung gegen ∞ ?

(c) Verwenden Sie das Kriterium von Routh um zu entscheiden für welchen Bereich der Konstanten $K \in \mathbb{R}$ ist das System stabil ist.

(d) Die Antwort zu (c) ergibt einen maximalen Wert K_m für den das System "zwischen" stabil und instabil ist. Die Lösung wird schwingen mit einer Frequenz. Bestimmen Sie diese Frequenz.

(a) Mettre $K = 1$ et puis montrer que le système est stable. Une solution typique converge vers zéro d'une façon exponentielle. Avec quel exposant?

(b) Mettre $K = 5$ et puis montrer que le système est instable. Une solution typique converge vers ∞. Avec quel exposant?

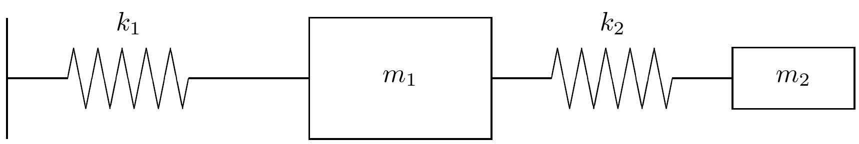
(c) Utiliser le critère de Routh pour trouver la domaine des valeurs de $K \in \mathbb{R}$ tel que le système est stable.

(d) La réponse de (c) rend une valeur maximale K_m pour lequel le système est "entre" stable et instable. Le système va osciller avec une certaine fréquence. Trouver cette fréquence.

Aufgabe / Problème 4:

Considerer le système de deux ressorts et deux masses oscillantes.

Betrachten Sie das folgende einfache System von zwei schwingenden Massen gekoppelt durch zwei Federn.



Choisir les variables (coordonnées horizontales) telles que $x_1 = 0$ et $x_2 = 0$ correspond à la situation des deux masses au repos. On applique une force horizontale $f(t)$ sur la première masse.

Seien die Variablen (horizontale Koordinaten) so gewählt, dass $x_1 = 0$ der Ruhelage der ersten Masse und $x_2 = 0$ der Ruhelage der zweiten Masse entspricht. Auf die erste Masse wirke eine horizontale Kraft f der Form

$$f(t) = A\ \cos(\omega t).$$

(a) Trouver le système d'équations différentielles pour les expressions $x_1(t)$ et $x_2(t)$.

(b) Trouver le système d'équations pour les transformations de Laplace $X_1(s)$ et $X_2(s)$. Vous pouvez choisir les valeurs initialles.

(c) Trouver la fonction de transfert de ce système. Regarder la force $f(t)$ comme l'entré et $x_1(t)$ comme la sortie du système.

(a) Stellen Sie das System von Differentialgleichungen für die Grössen $x_1(t)$ und $x_2(t)$ auf.

(b) Finden Sie die Gleichungen für die Laplace-transformierten $X_1(s)$ und $X_2(s)$ dieses Systems, wobei Sie die Anfangsbedingungen beliebig wählen dürfen.

(c) Finden Sie die Transferfunktion des Systems, wobei die Kraft $f(t)$ als Eingang und die Auslenkung $x_1(t)$ als Ausgang betrachtet wird.
