F2 Mathematik/Mathématique **Prüfung/Épreuve 3**

Dr. A. Stahel 22.4.2004

Aufgabe / Problème 1:

Calculer les expressions suivantes

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke

$$\begin{aligned} A(s) &= \mathcal{L}[t \cdot \sinh(3t)](s) \\ B(s) &= \mathcal{L}[e^{-3t}\cos(2t)](s) \\ C(s) &= \mathcal{L}[e^{-3t}\,U(t-2)](s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(t) &= \mathcal{L}^{-1}[\frac{s-3}{(s+1)\,(s-4)}](t) \\ f(t) &= \mathcal{L}^{-1}[\frac{2\,s}{(s-2)^2+25}](t) \end{aligned}$$

Aufgabe / Problème 2:

Untersuchen Sie alle exakten Lösungen der Differentialgleichung mit Hilfe von Laplacetransformationen. Alle Zwischenschritte sind zu zeigen.

Examiner toutes les solutions exactes de l'équation différentielles ci–dessous à l'aide de la transformation de Laplace. Montrer tous les pas intermédiaires.

$$y''' - 3\,y'' - 4\,y' + 12\,y = t \quad \text{mit/avec} \quad y\,(0) = y'\,(0) = 0$$

(a) Die Lösung enthält einen Term $e^{3\,t}$. Finden Sie die zugehörige Konstante.

(b) Die Lösung enthält ein Polynom. Bestimmen Sie dieses.

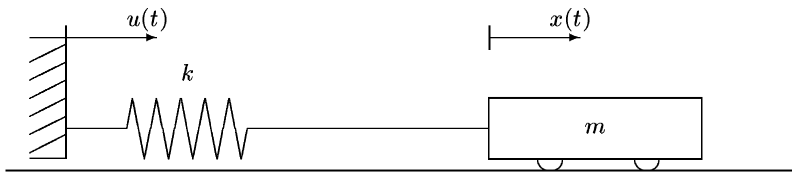
(a) La solution contien un term $e^{3\,t}$. Trouver la constante pour ce term.

(b) La solution contien un polynom, trouver le.

Aufgabe / Problème 3:

In der untenstehenden Figur gilt $m = 2$ kg, $k = 50$ N/m und $x(0) = \dot{x}(0) = 0$. Die Funktion $u(t)$ ist bekannt, sie entspricht der Position der beweglichen Wand links.

Dans la figure ci–dessous on a $m = 2$ kg, $k = 50$ N/m et $x(0) = \dot{x}(0) = 0$. La fonction $u(t)$ est connue, elle donne la position du paroi mobile à gauche.



(a) Verwenden Sie das Gesetz von Newton um die Differentialgleichung für $x(t)$ aufzustellen.

(b) Verwenden Sie Laplacetransformation um eine Integralformel für $x(t)$ zu finden. Das Integral enthält die Funktion u.
Tipp: Faltung

(c) Berechnen Sie $x(t)$ für $t > 2$ für das unten gegebene $u(t)$.

(a) Utiliser le loi de Newton pour trouver une équation différentielle pour $x(t)$.

(b) Utiliser une transformation de Laplace pour trouver un intégral pour la fonction $x(t)$. L'intégral contiens la function u .
Tip: convolution.

(c) Calculer $x(t)$ pour $t > 2$ si $u(t)$ est donné par la fonction ci–dessous.

$$u(t) = 1 - U(t-2) = \begin{cases} 1 & \text{falls/si} \quad 0 \le t \le 2 \\ 0 & \text{falls/si} \quad t > 2 \end{cases}$$

Aufgabe / Problème 4:

Für die Spannung $y(t)$ über einem RC-Glied gilt die Differentialgleichung

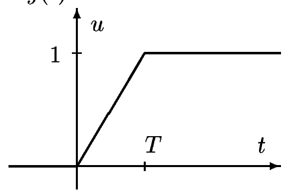
Pour la tension $y(t)$ sur élément RC on trouver l'équation différentielle

$$\frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{RC}\, y(t) = \frac{1}{RC}\, u(t)$$

Hierbei ist $u(t)$ die unten gezeigte Eingangsspannung. Zur Zeit $t = 0$ sei $y(0) = 0$. Zu untersuchen ist die resultierende Ausgangsspannung $y(t)$.

La tension d'entrée $u(t)$ est montrée ci–dessous. Pour le temps initial $t = 0$ on a $y(0) = 0$. Examiner la tension de sortie $y(t)$.

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{falls/si} \quad t \leq 0 \\ t/T & \text{falls/si} \quad 0 < t \leq T \\ 1 & \text{falls/si} \quad t > T \end{cases}$$



(a) Bestimmen Sie $Y(s)$

(b) Berechnen Sie $y(t)$ mit Hilfe von Laplacetransformationen.

(c) Bestimmen $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$

(d) Nach welcher Zeit t_a erreicht $y(t)$ genau 90% der Maximalspannung?

(a) Trouver $Y(s)$

(b) Calculer $y(t)$ à l'aide des transformation de Laplace.

(c) Calculer $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$

(d) Au quel temps t_a la tension $y(t)$ attaint 90% de la tension final?