

Aufgabe / Problème 1:

Die Kurve $C \subset \mathbb{R}^2$ besteht aus einem Parabelstück von $(-1, 1)$ zu $(1, 1)$, durch den Ursprung. Betrachten Sie die Funktion

La courbe $C \subset \mathbb{R}^2$ consiste d'un secteur d'une parabole du point $(-1, 1)$ au point $(1, 1)$ par l'origine. Examiner la fonction

$$\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} 1 \\ 4y \end{pmatrix}$$

$$A = \int_C \vec{F}(x, y) \cdot d\vec{s} \quad \text{und/et} \quad B = \int_C \|\vec{F}(x, y)\| ds$$

- | | |
|---|--|
| (a) Stellen Sie das bestimmte Integral für A auf. Anschliessend ist der exakte Wert von A zu bestimmen. | (a) Donner l'intégral définie pour A et puis trouver la valeur exacte de A . |
| (b) Stellen Sie das bestimmte Integral für B auf. Anschliessend ist der Wert von B zu bestimmen. | (b) Donner l'intégral définie pour B et puis trouver la valeur de B . |
-

Aufgabe / Problème 2:

Untersuchen Sie die Differentialgleichung

Examiner l'équation différentielle

$$\frac{d}{dt} x(t) = \sin x(t) \quad \text{mit/avec} \quad x(0) = x_0$$

- | | |
|---|---|
| (a) Skizzieren Sie das Vektorfeld für den Bereich $0 \leq t \leq 3$ und $-1 \leq x \leq 7$. | (a) Esquisser le champ vectoriel pour le domaine $0 \leq t \leq 3$ et $-1 \leq x \leq 7$. |
| (b) Skizzieren Sie die vier Lösungen mit den Anfangswerten $x_0 = -0.1$, $x_0 = 0.1$, $x_0 = 2$ und $x_0 = 5$. | (b) Esquisser les quatre solutions avec les valeurs initiales $x_0 = -0.1$, $x_0 = 0.1$, $x_0 = 2$ et $x_0 = 5$. |
| (c) Bestimmen Sie den exakten Grenzwert $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ der Lösung mit Anfangswert $x(0) = 0.1$ graphisch . | (c) Déterminer d'une façon exacte la limite $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ de la solution avec valeur initiale $x(0) = 0.1$ en utilisant un argument graphique . |
-

Aufgabe / Problème 3:

Trouver toutes les solutions générales des équations différentielles suivantes. Montrer les calculations.

Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen. Zwischenschritte sind zu zeigen.

(a)

$$\frac{d}{dt} y(t) = e^{-3t} y(t)$$

(b)

$$y'' - 7y' + 12y = x \quad \text{avec/mit} \quad y(0) = y'(0) = 0$$

Aufgabe / Problème 4:

Untersuche den Graphen der Funktion

Examiner le graphe de la fonction

$$z = f(x, y) = -(y - 2)^2 - 4(x + 1)^2 + 4$$

- | | |
|---|---|
| (a) Skizzieren Sie einige Niveaulinien. Die Schnittkurve mit der xy -Ebene ist möglichst genau anzugeben. | (a) Esquisser quelques courbes de niveau. Donner la courbe d'intersection avec le plan des xy avec des détails. |
| (b) Zeichne den oberhalb der xy -Ebene liegenden Teil des Graphen. | (b) Esquisser la section du graphe au-dessus du plan des xy . |
-