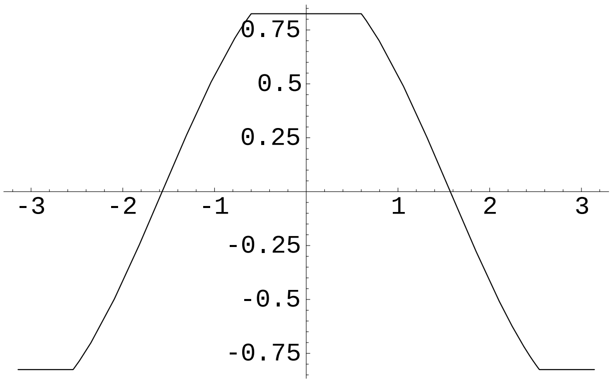
Aufgabe / Problème 1:

Für eine Konstante $h = \cos(d)$ wird die Cosinusfunktion oben und unten auf dieser Höhe abgeschnitten. Es ergibt sich eine neue Funktion $f(t)$. Die Situation für $d = 0.6$ ist unten gezeigt.

Pour une constante $h = \cos(d)$ on coupe le graphe de la fonction $\cos t$ de en haut et en bas sur cette hauteur. On obtiens une nouveau fonction $f(t)$. La situation $d = 0.6$ et montrer ci–dessous.



Zu untersuchen ist die Fourierreihe dieser Funktion $f(t)$.

(a) Berechnen Sie die Werte von b_n und a_0 exakt.

(b) Geben Sie das Integral an um a_n zu berechnen.

(c) Bestimmen die a_7 und c_7 numerisch für $d = 0.6$.

(d) Zeigen Sie mit Hilfe einer Symmetrie, dass $a_2 = 0$.

Examiner la série de Fourier de cette fonction $f(t)$.

(a) Trouver les valeurs exactes de b_n et a_0.

(b) Donner un intégral pour déterminer a_n.

(c) Trouver les valeurs de a_7 et c_7 numériquement pour $d = 0.6$.

(d) Vérifier, à l'aide d'une symétrie que $a_2 = 0$.

Aufgabe / Problème 2:

Ein Gerät kann FFT mit $2^{12} = 4096$ Punkten durchführen. Um ein gegebenes Signal zu analysieren geht man folgendermassen vor:

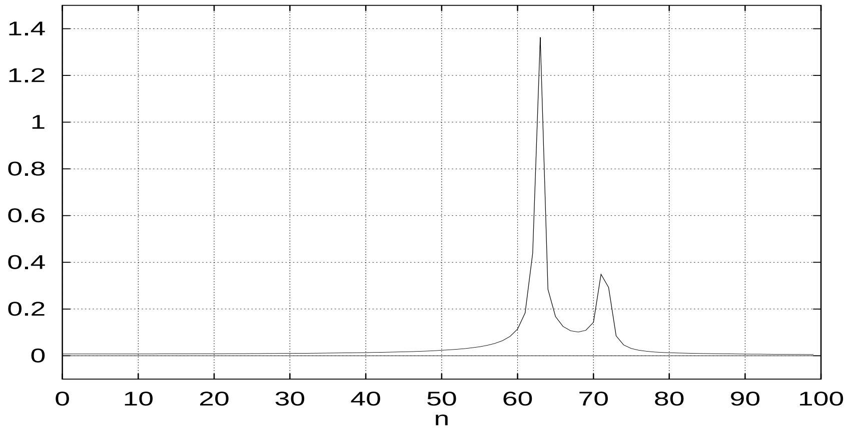
1. In 4 Sekunden 4097 Werte messen, der letzte wird eliminiert.
2. Die Koeffizienten c_n der diskreten Fourier Transformation bestimmen.
3. Den Betrag $|c_n|$ als Funktion von n auftragen.

Eine solche Messung ergab die untenstehende Figur.

Avec un instrument on peut analyser (par FFT) $2^{12} = 4096$ à la fois. Pour analyser un signal donné on fait les opérations suivantes:

1. mesurer 4097 points en 4 secondes, éliminer le dernier point.
2. calculer les coefficients de Fourier c_n avec la transformation de Fourier discrète (DFT).
3. montrer la valeur absolue $|c_n|$ comme fonction de n.

On arrive à la figure ci–dessous.



(a) Offensichtlich sind im Signal zwei Teilsignale mit verschiedenen Frequenzen versteckt. Bestimmen Sie die beiden Frequenzen.

(b) Signale mit welcher Frequenz können mit der obigen Messanordnung im besten Fall noch erfasst werden?

(c) Für eine neue Messung soll die Intervallänge von 4 Sekunden geändert werden, sodass höhere Frequenzen auch gefunden werden. Bis zu welcher Frequenz kann man höchstens messen, wobei die beiden obigen Frequenzen noch klar unterscheidbar sein müssen.

In dieser Aufgabe sind nur sehr wenige Rechnungen auszuführen, aber die Überlegungen müssen klar dokumentiert werden.

(a) Évidement le signal contient deux signaux avec des fréquences différentes. Trouver ces deux fréquences.

(b) Quel est la fréquence maximale qu'on peut mesurer d'une façon fiable avec l'arrangement donné en haut?

(c) Pour un nouveau série de l'experiment on veut changer la longueur de l'intervalle de 4 secondes, tel qu'on peut analyser des fréquences plus haut. Quel est la fréquence maximale à analyser si on doit être capable de distinguer les deux fréquences initialles.

Pour résoudre ce problème il y a très peu de calculation à faire. Mais donner une documentation claire du raisonnement pour les calculations.

Aufgabe / Problème 3:

Untersuchen Sie das folgende Anfangswertproblem

Examiner le problème initialle suivante.

$$\frac{d}{dt}\,x(t) = t \cdot x(t) \quad \text{mit/avec} \quad x(0) = 2$$

(a) Bestimmen Sie die Potenzreihenentwicklung der Lösung. Die **ersten drei von Null verschiedenen Terme** sind zu bestimmen. Bestimmen Sie anschliessend $x(1)$.

(b) Verwenden Sie zwei Schritte des Verfahrens von Heun um den Wert von $x(1)$ approximativ zu bestimmen.

(a) Déterminer la série entier de la solution de l'équation ci–dessus. Trouver **les trois premier termes ne pas zéro** . Puis calculer $x(1)$.

(b) Utiliser deux pas de la méthode de Heun pour trouver une approximation de $x(1)$.

Aufgabe / Problème 4:

Ein Differentialgleichungssystem wurde mit numerischen Verfahren von Runge–Kutta (RK) gelöst mit den folgenden Resultaten. Die Rechnung mit 400 Schritten benötigte 0.5 sec Rechenzeit.

Un système des équations différentielles est a résoudre avec la méthodes numériques de Runge–Kutta (RK). Les calculations rends les résultats ci–dessus. La calculations á 400 pas utilise 0.5 sec de temps de calcul.

Anzahl Schritte nombre de pas	Resultat résultat
200	$y(30) = -0.241034139$
400	$y(30) = -0.243026980$

(a) Wie viele Schritte sind notwendig damit der Approximationsfehler kleiner als 10^{-8} wird.

(b) Wie lange wird diese Rechnung dauern um die obige Genauigkeit zu erreichen.?

(a) Combien de pas sont nécessaire pour-que l'erreur d'approximation soit plus petit que 10^{-8}.

(b) Déterminer le temps de calcul pour arriver á cette précision.