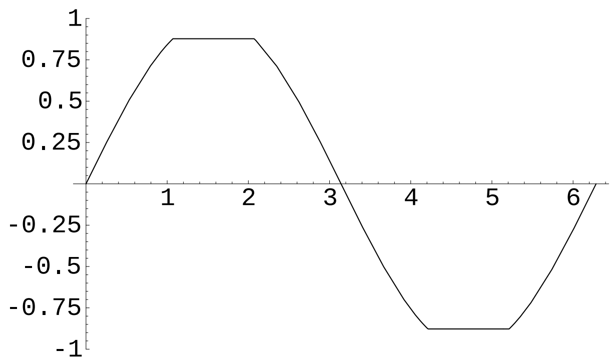
F2 Mathematik/Mathématique **Prüfung/Épreuve 3**

Dr. A. Stahel 27.5.2002

Aufgabe / Problème 1:

Für eine Konstante $h = \sin(\pi/2 - d)$ wird die Sinusfuktion oben und unten auf dieser Höhe abgeschnitten. Es ergibt sich eine neue Funktion $f(t)$. Die Situation für $d = 0.5$ ist unten gezeigt.

Pour une constante $h = \sin(\pi/2 - d)$ on coupe le graphe de la fonction $\sin t$ de en haut et en bas sur cette hauteur. On obtiens une nouveau fonction $f(t)$. La situation $d = 0.5$ et montrer ci–dessous.



Zu untersuchen ist die Fourierreihe dieser Funktion $f(t)$.

(a) Berechnen Sie die Werte von a_n exakt.

(b) Geben Sie das Integral an um b_n zu berechnen.

(c) Bestimmen die b_7 und c_7 numerisch für $d = 0.5$.

(d) Zeigen Sie mit Hilfe einer Symmetrie, dass $b_2 = 0$.

Examiner la série de Fourier de cette fonction $f(t)$.

(a) Trouver le valeurs de a_n exacte.

(b) Donner un intégral pour déterminer les valeurs de b_n.

(c) Trouver les valeurs de b_7 et c_7 numériquement pour $d = 0.5$.

(d) Vérifier, à l'aide d'une symétrie que $b_2 = 0$.

Aufgabe / Problème 2:

Für die folgenden Systeme (Input $f(t)$, Output $y(t)$) ist zu entscheiden, ob sie stabil sind. Ein System kann durch eine Differentialgleichung oder eine Transferfunktion $T(s)$ gegeben sein.

Décider pour les systèmes suivantes (input $f(t)$, output $y(t)$) si il sont stables ou pas. Un système est donné pas une équation différentielle ou une fonction de transfert $T(s)$.

$$\begin{array}{lrcl}
(a) & y^{(3)}(t) + 4\,y''(t) + 4\,y'(t) + y(t) & = & f(t) \\
(b) & y^{(4)}(t) + 2\,y''(t) + y'(t) + y(t) & = & f(t) \\
(c) & y^{(3)}(t) + 0.9\,y''(t) + y'(t) + y(t) & = & f(t) \\
(d) & T(s) & = & \dfrac{s^2 - 17\,s - 2}{s^3 + 0.9\,s^2 + s + 1} \\
(e) & T(s) & = & \dfrac{s^2 + 2}{s^4 + 2\,s^3 + 2\,s^2 + 2\,s + 0.5}
\end{array}$$

Aufgabe / Problème 3:

Die Transferfunktion eines Systems ist gegeben durch

La fonction de transfert d'un système est donné par

$$G(s) = \frac{-10\,s}{10s^2 + 4s + 10}$$

(a) Untersuchen Sie den Bode–Plot des Amplitudenfaktors für

- sehr grosse Werte von $s = i\,\omega$
- sehr kleine Werte von $s = i\,\omega$

um den Bode–Plot zu erstellen. Es sollten sich zwei Geraden ergeben, die den Plot gut approximieren werden. Skizzieren Sie diese beiden Geraden für den Bereich $0.01 < \omega < 100$.

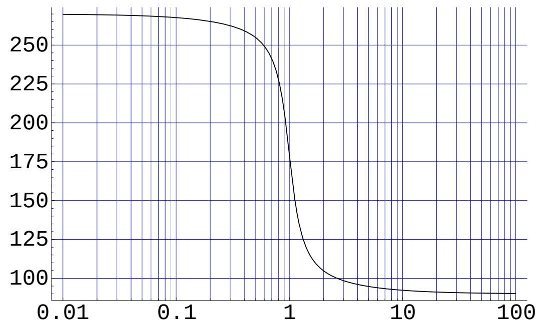
(b) Der Bode–Plot der Phasenverschiebung ist unten rechts gezeigt. Verwenden Sie ihn und Ihr Resultat der obigen Teilaufgabe um den entsprechenden Nyquist–Plot zu erstellen.

(a) Examiner le plot de Bode des amplitudes pour

- des valeurs très grandes de $s = i\,\omega$
- des valeurs très petites de $s = i\,\omega$

pour esquisser le plot de Bode. On doit arriver à deux droites comme bonne approximation du plot. Esquisses ces droites pour la domaine $0.01 < \omega < 100$.

(b) Le plot de Bode de déphasages est montré ci–dessous. Utiliser ce plot et le résultat de (a) pour trouver le plot de Nyquist.



Aufgabe / Problème 4:

Examiner le système avec input $f(t)$ et output $y(t)$ (resp. $F(s)$ et $Y(s)$).

Untersuchen Sie das folgende System mit Input $f(t)$ und Output $y(t)$ (resp. $F(s)$ und $Y(s)$).

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -3\,x(t) + y(t) + f(t) \\ \dot{y}(t) &= +x(t) - 4\,y(t) \end{aligned}$$

(a) Montrer que tous les solutions du système homogène tends vers zéro comme $e^{-\alpha\,t}$ et trouver la valeur de l'exposant α .

(b) Trouver la fonction de transfert $T(s)$.

(a) Zeigen Sie, dass das alle Lösungen des homogenen Systems gegen Null konvergieren wie $e^{-\alpha t}$ und bestimmen Sie den Exponenten α .

(b) Bestimmen Sie die Transferfunktion $T(s)$.