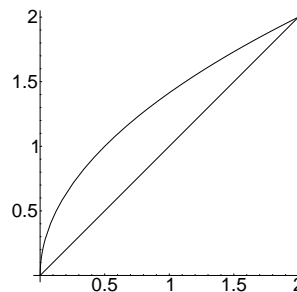


Aufgabe / Problème 1:

Untersuchen Sie das rechtsstehende Gebiet $G \subset \mathbb{R}^2$ zwischen $y = \sqrt{2x}$ und der Geraden. Zu bestimmen ist

$$S = \iint_G x \, dA$$

Examiner la domaine $G \subset \mathbb{R}^2$ à droite, entre un $y = \sqrt{2x}$ et la droite. Examiner l'intégral ci-dessus.



- (a) Stellen Sie ein explizites Doppelintegral auf für S .
- (b) Anschliessend ist S zu berechnen, die Zwischenschritte sind zu zeigen. Die Rechnungen sollten exakt sein.

- (a) Trouver un double intégral explicite pour S .
- (b) Puis calculer S , montrer les calculations intermédiaires. Rendre des calculations exactes.

Aufgabe / Problème 2:

Ein Körper mit konstanter Dichte ρ ist beschrieben durch die Ungleichungen

$$0 \leq x \leq 3 \quad , \quad 0 \leq y \leq 1 \quad \text{und} \quad 0 \leq z \leq x$$

Un solide avec une densité constante ρ est donné par les inégalités

Dieser Körper wird um die y -Achse rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω .

Ce solide tourne par rapport à l'axe des y avec une vitesse angulaire ω .

- (a) Stellen Sie ein Doppelintegral auf, um die Rotationsenergie E zu berechnen.
- (b) Berechnen Sie den exakten Wert des Integrals.

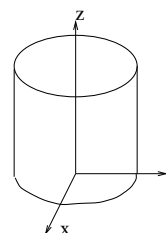
- (a) Trouver un double intégrale pour calculer l'énergie de rotation E .
- (b) Trouver la valeur exacte de cette intégrale.

Aufgabe / Problème 3:

Untersuchen Sie das Vektorfeld

Examiner le champ vectorielle

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} x^2 + y^2 - 1 \\ e^{x^2+y^2} - e \\ z^2 \end{pmatrix}$$



Das Integrationsgebiet G im Raum \mathbb{R}^3 ist ein Zylinder, beschränkt durch die Flächen $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$ und $z = 1$. Berechnen Sie das untenstehende Integral.

Tip: es ist nicht notwendig langwierige Rechnungen auszuführen.

La domaine d'intégration G en \mathbb{R}^3 est un cylindre borné par les surfaces $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$ et $z = 1$. Calculer l'intégral ci-dessous.

Tip: pas nécessaire de faire des calculations très longues.

$$\iiint_G \operatorname{div} \vec{F} \, dV$$

Aufgabe / Problème 4:

Finden Sie die Lösung der folgenden Differentialgleichung mit Hilfe von Laplacetransformation.

Trouver la solution de l'équation différentielle suivant à l'aide des transformation de Laplace.

$$\frac{d^3}{dt^3} x - 2 \ddot{x} - \dot{x} + 2x = e^{-2t}, \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0, \quad \ddot{x}(0) = 2$$

Der Taschenrechner darf **nur** für das Bestimmen der Nullstellen eines Polynoms verwendet werden.

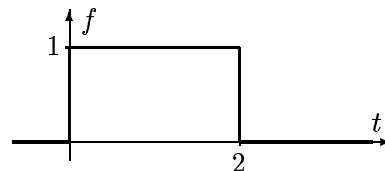
Utiliser la calculatrice **seulement** pour trouver les zéros d'un polynôme.

Aufgabe / Problème 5:

Untersuchen Sie die folgenden Differentialgleichungen

Examiner les équations différentielles suivantes

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= x(t) - y(t) \\ \dot{y}(t) &= x(t) + y(t) + f(t) \\ x(0) = 0 \quad y(0) &= 1 \end{aligned}$$



(a) Finden Sie ein Gleichungssystem für $X(s)$ und $Y(s)$.

(a) Trouver un système des équations pour $X(s)$ et $Y(s)$.

(b) Berechnen Sie $X(s)$.

(b) Calculer $X(s)$.

(c) Berechnen Sie $x(t)$.

(c) Calculer $x(t)$.