F2 Mathematik/Mathématique **Prüfung/Épreuve 1**

Dr. A. Stahel 10.1.2002

Aufgabe / Problème 1:

Untersuchen Sie die Funktion

Examiner la fonction

$$f(x,y) = 3\,x^2 + y^2 - 2\,x\,y - 10\,x + 2\,y - 4$$

(a) In welche Richtung (in xy–Ebene) hat die Fläche $z = f(x,y)$ die grösste Steigung bei $(x,y) = (1,3)$ und wie steil (als Winkel) ist die Fläche?

(b) Bestimmen Sie alle kritischen Punkte dieser Funktion und entscheiden Sie ob ein Minimum, Maximum oder ein Sattelpunkt vorliegt.

(a) Dans quel direction (dans le plan des xy) la surface monte le plus rapide possible au point $(x,y) = (1,3)$ et quel est l'angle de montée?

(b) Trouver tous les points critiques de cette fonction et décider si il s'agit d'un minimum, maximum ou d'un point de col.

Aufgabe / Problème 2:

Sei $C \subset \mathbb{R}^2$ der obere Halbkreis mit Radius 3 und Zentrum im Ursprung, orientiert von links nach rechts. Betrachten Sie die Funktionen

Soit $C \subset \mathbb{R}^2$ le demie cercle supérieure de rayon 3 avec centre à l'origine et orientation de gauche à droite. Examiner le fonctions

$$f(x,y) = y \quad \text{und/et} \quad \vec{F}(x,y) = \begin{pmatrix} (1+x\,y)\,e^{x\,y} \\ x^2\,e^{x\,y} \end{pmatrix}$$

Die beiden untenstehenden Linienintegrale sind umzuschreiben als „normale“ Integrale und dann die Werte zu berechnen.

Transformer les deux intégrales curviligne ci–dessous dans des intégral „normaux“ et puis trouver les valeurs.

(a)

$$A = \int_C f(x,y)\,ds$$

(b)

$$B = \int_C \vec{F}(x,y)\cdot\vec{ds}$$

Aufgabe / Problème 3:

Untersuchen Sie Extremas der Funktion

Examiner des extrema de la fonction

$$f(x,y) = -0.36\,x + x^2 + 2.64\,y + 2.4\,x\,y + 1.1\,y^2 + x\,y^2$$

(a) Stellen sie ein Gleichungssystem auf, dass zu lösen ist um eventuelle Extremas zu finden.

(b) Ein lokales Minimum ist in der Nähe des Punktes $(x_0\,,\,y_0) = (1\,,\,-1)$. Führen Sie einen Schritt des Verfahrens von Newton aus, um die Lage des Minimums genauer zu bestimmen.

(a) Donner un système des équations à résoudre pour trouver un extremum.

(b) Un minimum est proche au point $(x_0\,,\,y_0) = (1\,,\,-1)$. Appliquer un pas de la méthode de Newton pour trouver une meilleur approximation de la location du minimum.

Aufgabe / Problème 4:

Examiner l'équation differentielle

Untersuchen Sie die Differentialgleichung

$$\frac{d}{dx}\,y(x) = (y(x)-1)^3$$

(a) Dessigner le champ véctorielle de cette équation différentielle pour $-2 \le x \le 4$ et $-1 \le y \le 5$.

(b) Esquisser quelques solutions.

(c) Trouver la solution exacte de l'équation avec la condition initialle $y(0) = 3$.

(a) Zeichnen Sie das Vektorfeld dieser Differentialgleichung für $-2 \le x \le 4$ und $-1 \le y \le 5$.

(b) Skizzieren Sie einige Lösungen.

(c) Bestimmen Sie die exakte Lösung der Gleichung mit der Anfangsbedingung $y(0) = 3$.

Aufgabe / Problème 5:

Finde alle Lösungen der Differentialgleichung

Trouver tout les solutions de l'équation différentielle

$$2\,y''(x) + 4\,y'(x) + 10\,y(x) = 7\,e^{2\,x}$$

mit der Anfangsbedingung $y(0) = 0$. Die Lösung ist **exakt** anzugeben und der Rechenweg klar aufzuzeigen (ohne Taschenrechner).

avec la condition initialle $y(0) = 0$. Rendre la solution dans une forme **exacte** et montrer les résultats intermédiaires (sans calculatrice).
