F2 Mathematik/Mathématique **Prüfung/Épreuve 2**

Dr. A. Stahel 4.4.2001

Aufgabe / Problème 1:

Das Gebiet $G \subset \mathbb{R}^2$ liegt zwischen den Kurven $y_1 = x$ und $y_2(x) = x^2 - 2\,x + 2$. Stellen Sie ein Doppelintegral auf um den untenstehenden Ausdruck zu berechnen. Bestimmen Sie anschliessend den Wert von S.

La domaine $G \subset \mathbb{R}^2$ est entre les deux courbes $y_1 = x$ et $y_2(x) = x^2 - 2\,x + 2$. Trouver un double intégral explicit pour l'expression ci–dessous. Puis trouver la valeur de S.

$$S = \iint\limits_G x \, dA$$

Aufgabe / Problème 2:

Soit $R \subset \mathbb{R}^3$ le cylindre $x^2 + y^2 \leq 4$ et $0 \leq z \leq 3$ avec la surface S avec trois sections. Le vecteur normal extérieure est $\vec{n}$. Calculer

Sei R der Zylinder $x^2 + y^2 \leq 4$ und $0 \leq z \leq 3$ mit der dreiteiligen Oberfläche S mit dem äusseren Einheitsnormalenvektor $\vec{n}$. Berechne

$$\iint\limits_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS \quad \text{wobei} \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} x^3 \\ y^3 \\ z^3 \end{pmatrix}$$

à l'aide de théorème de divergence.

mit Hilfe des Divergenzsatzes.

Aufgabe / Problème 3:

Calculer les expressions suivantes

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke

$$\begin{aligned} A(s) &= \mathcal{L}[t^2 - t \cdot \cos(3t)](s) \\ B(s) &= \mathcal{L}[e^{-3t}\, t^4](s) \\ C(s) &= \mathcal{L}[t\, U(t-2)](s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(t) &= \mathcal{L}^{-1}[\frac{s+3}{(s-1)\,(s+2)}](t) \\ f(t) &= \mathcal{L}^{-1}[\frac{7}{(s-1)^2+9}](t) \end{aligned}$$

Aufgabe / Problème 4:

(a) Bestimmen Sie $Y(s)$ und die exakte **Form** der Partialbruchzerlegung von $Y(s)$.
Tip: $(a^2 - 1) = (a+1)\,(a-1)$

(b) Geben Sie die exakte Form der Lösung $y(t)$ an. Die Koeffizienten sind **nicht** zu berechnen.

(c) Die Lösung besteht aus 5 Beiträgen. Bestimmen Sie den Beitrag, der am schnellsten divergiert, inklusive Koeffzient in der Partialbruchzerlegung.

(d) Bestimmen Sie ebenso den Beitrag der am schnellsten gegen 0 konvergiert.

(a) Trouver $Y(s)$ et la **forme** exacte de la décomposition en éléments fractions simples de $Y(s)$.
Tip: $(a^2 - 1) = (a+1)\,(a-1)$

(b) Donner la forme exacte de la solution $y(t)$. **Ne pas** besoin de calculer les coefficients.

(c) La solution consiste de 5 expressions simples. Déterminer le terme qui diverge le plus rapide, y inclus le coefficient de l'élément fractions simple.

(d) De la même façon trouver le terme qui tends vers zéro le plus rapidement.

$$y^{(4)}(t) - 16\,y(t) = 3\,e^{2t} \quad \text{mit/avec} \quad y'''(0) = y''(0) = y'(0) = 0 \quad \text{und/et} \quad y(0) = 7$$

Aufgabe / Problème 5:

Examiner le système des équations

Untersuchen Sie das folgende System

$$\begin{array}{rcl} \dot{x}(t) & = & y(t) \\ \dot{y}(t) & = & -a\,x(t) - b\,y(t) + C\,e^{-t} \end{array} \quad \text{avec/mit} \quad \begin{array}{rcl} x(0) & = & x_0 \\ y(0) & = & y_0 \end{array}$$

(a) Résoudre pour $X(s)$ (indépendante de $Y(s)$).

(b) Déterminer les valeurs de a et b à l'aide de la solution $x_p(t)$ ci–dessous.

(c) Déterminer le valeur de la constante C.

(a) Bestimmen Sie $X(s)$ (unabhängig von $Y(s)$).

(b) Bestimmen Sie die Werte von a und b mit Hilfe der untenstehenden Lösung $x_p(t)$.

(c) Bestimmen Sie den Wert der Konstante C.

$$x_p(t) = e^{-3t}\,(A\,\cos(2\,t) + B\,\sin(2\,t)) + e^{-t}$$
