F1 Algèbre et Géometrie/Algebra und Geometrie **Prüfung/Épreuve 3**

Dr. A. Stahel 30.6.2004

Aufgabe / Problème 1:

Mit einem gegebenen Polynom $p \in \mathbb{P}_2$ werden die folgenden Operationen ausgeführt.

1. zuerst mit $(1 + 3\,x)$ multiplizieren
2. anschliessend ableiten bezüglich x

Das Resultat ist ein Polynom $F(p) \in \mathbb{P}_2$

(a) Stellen Sie diese lineare Abbildung $F : \mathbb{P}_2 \to \mathbb{P}_2$ durch eine geeignete Matrix dar.

(b) Berechnen Sie das Resulat, falls man $p(x) = x^2 + 7$ setzt.

(c) Finden Sie ein Polynom $f \in \mathbb{P}_2$, so dass als Resultat der Abbildung F das Polynom $g(x) = x$ erscheint.

Avec un polynôme $p \in \mathbb{P}_2$ on fait les opérations suivantes

1. d'abord multiplier par $(1 + 3\,x)$
2. puis calculer la dérivé par rapport à x

Le résultat est un polynômes $F(p) \in \mathbb{P}_2$

(a) Représenter cette application linéaire $F : \mathbb{P}_2 \to \mathbb{P}_2$ par une matrice adaptée.

(b) Trouver le résultat si on met $p(x) = x^2+7$.

(c) Trouver un polynôme $f \in \mathbb{P}_2$, tel que le résultat de l'application F est le polynôme $g(x) = x$.

Aufgabe / Problème 2:

Eine affine Abbildung in der Ebene ist gegeben durch die folgenden Vorschriften:

1. Drehung um den Ursprung um 60° im Uhrzeigersinn
2. Verschiebung um den Vektor $(3\,,\,-1)$
3. Drehung um den Ursprung um 30° im Gegenuhrzeigersinn

(a) Beschreiben Sie diese Abbildung mit Hilfe homogener Koordinaten und einer Matrix.

(b) Es gibt einen Punkt $(x_0\,,\,y_0)$ der durch diese Abbildung nicht bewegt wird. Bestimmen Sie diesen Punkt.

Une application affine est donné par la description ci–dessous:

1. rotation autour l'origine par 60° dans le sens d'une aiguille d'une montre.
2. translation par le vecteur $(3\,,\,-1)$
3. rotation autour l'origine par 30° contre le sens d'une aiguille d'une montre.

(a) Donner une description de cette application à l'aide des coordonnées homogène et une matrice.

(b) Il existe un point $(x_0\,,\,y_0)$ qui n'est pas bougé par cette application. Trouver ce point.

Aufgabe / Problème 3:

(a) Pour une rotation par 30° dans l'espace $\mathbb{R}^3$ on sait que le point $(1, 2, -1)$ ne bouge pas. L'image du point $(1, 0, 0)$ se trouve au–dessus du plan des xy. Déterminer la matrice $\mathbf{A}$ de largeur 3×3 qui correspond à cette rotation.

(b) Déterminer l'axe de rotation et l'angle de rotation pour la rotation donnée par la matrice $\mathbf{R}$ ci–dessous.

(a) Von einer Rotation um 30° im Raum $\mathbb{R}^3$ weiss man, dass der Punkt $(1, 2, -1)$ nicht bewegt wird. Das Bild des Punktes $(1, 0, 0)$ liegt oberhalb der xy–Ebene. Bestimmen Sie die zugehörige 3×3–Matrix $\mathbf{A}$.

(b) Bestimmen Sie die Rotationsachse und den Rotationswinkel der durch die untenstehende Matrix $\mathbf{R}$ gegebenen Rotation.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.5625 & 0.8125 & 0.15309 \\ -0.6875 & 0.5625 & -0.45928 \\ -0.45928 & 0.15309 & 0.875 \end{bmatrix}$$

Aufgabe / Problème 4:

In einer grossen Gruppe von Personen werden drei Sportarten betrieben (A, B und C). Nach jeder Saison können die Teilnehmer wechseln. Es haben sich die folgenden Wechselmuster ergeben.

Dans une grande groupe des personnes trois sport différente (A, B et C) sont possibles . Après chaque saison les participants on le choix de changer le sport. On trouve les pourcentages suivantes des changements.

- vorher/avant A. nachher/après: 20% B, 10% C
- vorher/avant B. nachher/après: 10% A, 5% C
- vorher/avant C. nachher/après: 20% A, 30% B

(a) Nach einer Wechselperiode spielen 40% A, 40% B und 20% C. Bestimmen Sie die ursprüngliche Verteilung.

(b) Welche Verteilung wird sich nach vielen Jahren einstellen?

(a) Après un seul changement on trouve la distribution de 40% A, 40% B et 20% C. Déterminer la distribution originale.

(b) Quel est la distribution après beaucoup des années?
