F1 Algèbre et Géometrie/Algebra und Geometrie **Prüfung/Épreuve 2**

Dr. A. Stahel 15.4.2004

Aufgabe / Problème 1:

(a) Finden Sie die Gleichung der Ebene E mit Normalenvektor $\vec{n} = (1\,,\,-1\,,\,2)^T$ und einem Abstand $\sqrt{6}$ vom Ursprung. Der Ursprung liegt oberhalb der Ebene.

(b) Finden Sie eine Parametrisierung der Schnittgerade der obigen Ebene E mit der Ebene $x + y + z = 2$.

(a) Trouver l'équation du plan E avec vecteur normal $\vec{n} = (1\,,\,-1\,,\,2)^T$ et une distance $\sqrt{6}$ de l'origine, qui se trouve au dessus du plan.

(b) Trouver une paramétrisation de la droite d'intersection du plan E ci–dessus et le plan $x + y + z = 2$.

Aufgabe / Problème 2:

Im folgenden komplexen Gleichungssystem sind die Werte der komplexen Konstanten c_1 und c_2, so dass dieses System unendlich viele Lösungen hat.

(a) Bestimmen Sie die Werte von c_1 und c_2.

(b) Geben Sie **eine** Lösung des Systems an.

Pour le système des équations complexes ci–dessous les constantes complexe c_1 et c_2 sont tel que le système a infiniment de solutions.

(a) Déterminer les valeurs de c_1 et c_2.

(b) Trouver **une** solution du système.

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2\,z_1 & + & 2\,z_2 & + & 2\,z_3 & = & 0 \\ -2\,i\,z_1 & + & z_2 & + & c_1\,z_3 & = & c_2 \\ -4\,i\,z_1 & + & 2\,z_2 & + & z_3 & = & i \end{array}$$

Aufgabe / Problème 3:

Eines der möglichen vier Produkte $\mathbf{L}_i \cdot \mathbf{R}_j$ ist die LU–Zerlegung der Matrix $\mathbf{A}$.

(a) Bestimmen Sie alle Einträge von $\mathbf{A}$.

(b) Berechnen Sie den Lösungsvektor $\vec{x}$.

Un des quatres produits possible $\mathbf{L}_i \cdot \mathbf{R}_j$ correspond à la factorisation LU de la matrice $\mathbf{A}$

(a) Trouver tous les nombres en $\mathbf{A}$.

(b) Trouver le vecteur de solution $\vec{x}$.

$$\mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{und/et} \quad \mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{und/et} \quad \mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} \cdot \vec{x} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 4 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe / Problème 4:
Un système de n équations linéaires est représenté par les matrices augmentée ci–dessous. Compter la nombres des multiplications nécessaire pour résoudre le système, veut dire transformer dans la forme à droite. Une division correspond à une multiplication. N'echanger pas des lignes. Monter vos explications.

Ein System von n linearen Gleichungen ist dargestellt durch die untenstehenden, erweiterten Matrizen. Bestimmen Sie die Anzahl der notwendigen Multiplikationen um die Systeme zu lösen, d.h. in die rechtstehende Form transformieren. Verwenden Sie keine Zeilenvertauschungen. Eine Division zählt als Multiplikation.
Zeigen Sie ihre Erklärungen.

(a) 4 Gleichungen/équations

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 4 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 4 & 4 \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 & d \end{array}\right]$$

(b) n Gleichungen/équations

$$\left[\begin{array}{cccccc|c} 4 & -1 & & & & & 1 \\ -2 & 4 & -1 & & & & 2 \\ & -2 & 4 & -1 & & & 3 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ & & & -2 & 4 & -1 & n-1 \\ & & & & -2 & 4 & n \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{cccccc|c} 1 & & & & & & a_1 \\ & 1 & & & & & a_2 \\ & & 1 & & & & a_3 \\ & & & \ddots & & & \vdots \\ & & & & 1 & & a_{n-1} \\ & & & & & 1 & a_n \end{array}\right]$$