

**Aufgabe / Problème 1:**

Examiner les points  $(x_i, y_i)$  ci dessous et essayer de mettre une parabole par ces points le plus proche possible (régression linéaire).

Untersuchen Sie die untenstehenden Punkte  $(x_i, y_i)$  und versuchen Sie eine Parabel möglichst gut durch diese Punkte zu legen (lineare Regression).

$$(x_1, y_1) = (1, 1) \quad , \quad (x_2, y_2) = (3, 0) \quad , \quad (x_3, y_3) = (4, 2) \quad , \quad (x_4, y_4) = (5, 5)$$

- (a) Trouver un système des équations linéaires pour les coefficients de la parabole.
- (b) Trouver la parabole.

- (a) Finden Sie ein lineares Gleichungssystem für die Koeffizienten der Parabel.
- (b) Bestimmen Sie die Parabel.

**Aufgabe / Problème 2:**

Die LU-Zerlegung einer Matrix  $\mathbf{A}$  liefert

La décomposition LU d'une matrice  $\mathbf{A}$  rend

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{und/et} \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie  $\det(\mathbf{A})$
- (b) Bestimmen Sie  $\ker \mathbf{A}$
- (c) Finden Sie die allgemeine Lösung des Gleichungssystems

- (a) Calculer  $\det(\mathbf{A})$
- (b) Déterminer  $\ker \mathbf{A}$
- (c) Trouver la solution générale du système des équations linéaires

$$\mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -18 \\ 22 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe / Problème 3:**

Examiner les polynômes

Untersuchen Sie die Polynome

$$p_1(x) = x^2 - 1 \quad , \quad p_2(x) = 1 + x + 2x^2 \quad , \quad p_3(x) = x - 3x^3$$

$$f(x) = \alpha + 2x + 3x^2 - 4x^3$$

Il existe une valeur de la constante  $\alpha \in \mathbb{R}$  tel que le polynôme  $f(x)$  ci-dessus est une combinaison linéaire de  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$ .

Es gibt einen Wert von  $\alpha \in \mathbb{R}$  sodass das obige Polynom  $f(x)$  eine Linearkombination der Polynome  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  ist.

- (a) Trouver la valeur de  $\alpha$ .
- (b) Écrire  $f$  comme combinaison linéaire des polynômes  $p_i$ .

- (a) Bestimmen Sie den Wert von  $\alpha$ .
- (b) Schreiben Sie  $f$  als Linearkombination der Polynome  $p_i$ .

**Aufgabe / Problème 4:**

Pour une application linéaire  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  on sait que le vecteur  $(1, 3)^T$  est allongé par un facteur 3 et l'image du vecteur  $(1, 1)^T$  est donné par  $(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{2})$ .

- (a) Trouver la matrice  $\mathbf{A}$  de cette application.
- (b) Trouver l'image du vecteur  $(4, 1)^T$ .

Von einer linearen Abbildung  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  weiss man, dass der Vektor  $(1, 3)^T$  um den Faktor 3 gestreckt wird und der Vektor  $(1, 1)^T$  wird auf  $(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{2})$  abgebildet.

- (a) Bestimmen Sie die Matrix  $\mathbf{A}$  dieser Abbildung.
  - (b) Bestimmen Sie das Bild des Vektors  $(4, 1)^T$ .
-