

Aufgabe / Problème 1:

Ein Tetraeder im Raum ist gegeben durch die drei Eckpunkte $P_1 = (0, 1, 0)$, $P_2 = (2, 3, 0)$ und $P_3 = (4, 4, 1)$. Der vierte Punkt P_4 liegt auf der Geraden

Un tétraèdre est donné par les quatres sommets $P_1 = (0, 1, 0)$, $P_2 = (2, 3, 0)$ et $P_3 = (4, 4, 1)$. Le quatrième sommet P_4 se trouve sur la droite

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{mit/avec } t \in \mathbb{R}$$

Finden Sie die exakte Lage des vierten Punktes P_4 so, dass das Volumen des Tetraeders 10 ist.

Trouver la position exacte du quatrième sommet P_4 tel que le volume du tétraèdre est 10 .

Aufgabe / Problème 2:

Une boule en \mathbb{R}^3 est donnée par l'équation

Eine Kugel in \mathbb{R}^3 is gegeben durch die Gleichung

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y + z^2 + 9 = 0$$

(a) Trouver le centre et le rayon de cette boule.

(a) Bestimmen Sie Zentrum und Radius dieser Kugel.

(b) Déterminer la distance du plan $x + y + 2z = 17$ de cette boule.

(b) Berechnen Sie den Abstand der Kugel von der Ebene $x + y + 2z = 17$.

Aufgabe / Problème 3:

Eine Kugel K mit Radius $R = 6$ berührt die Ebene $x - 2y + 2z - 1 = 0$ im Punkt $x = 1$, $y = 3$ und $z = ?$. Die Kugel liegt oberhalb der Ebene. Bestimmen Sie einen der Durchstosspunkte dieser Kugel K mit der Geraden g , gegeben durch

Une boule K de rayon $R = 6$ touche le plan $x - 2y + 2z - 1 = 0$ au point $x = 1$, $y = 3$ et $z = ?$. La boule est au-dessus du plan. Trouve un des points d'intersection de la boule K avec la droite g donnée par

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe / Problème 4:

Das folgende Gleichungssystem sind die Werte der Konstanten a und b , so dass dieses System unendlich viele Lösungen hat.

- (a) Bestimmen Sie die Werte von a und b .
- (b) Geben Sie alle Lösungen des Systems an.

$$\begin{aligned}2x + 6y + az &= b \\2x + 7y + 6z &= 1 \\2x + 8y + 7z &= 0\end{aligned}$$

Pour le système des équations ci-dessous les constantes a et b sont tel que le système a infiniment de solutions.

- (a) Déterminer les valeurs de a et b .
- (b) Trouver toutes les solution du système.