F1 Analysis **Prüfung/Épreuve 4**

Dr. A. Stahel 4.6.1997

Aufgabe / Problème 1:

Trouver les expressions suivantes d'une façon exacte

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke exakt.

(a) $A = \int_{-2}^{3} x^3 - \frac{x^4}{2}\,dx$

(b) $B = \int_0^x \sqrt{t^2}\,dt$

(c) $C = \int_{-\pi}^{\pi} \cosh\,s\,ds$

(d) $D = \int_{-\pi}^{\pi} s^3\,\cosh\,s\,ds$

(e) $E = \int_{-\pi}^{\pi} s^2\,\cos\,s\,ds$

Aufgabe / Problème 2:

Untersuchen Sie die Funktion

Examiner la fonction

$$f(x) = x^2\,e^{3x}$$

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion (Taschenrechner). Die Funktion hat ein lokales Maximum. Mit nur einem Schritt des Newton–Verfahrens ist eine möglichst gute Approximation des x–Wertes für dieses lokalen Maximum zu finden, ohne Verwendung des Taschenrechners. Als Startwert ist einer der vier gegebenen Werte a_i zu verwenden. Geben Sie das exakte Resultat.

Dessiner le graph de cette fonction (calculatrice). Examiner le maximum locale de cette fonction. Avec un seul pas de la méthode de Newton on doit trouver une bonne approximation de la valeur de x pour ce maximum, sans utiliser la calculatrice. Comme valeur initialle choisir un des quatres nombres a_i ci–dessous. Rendre un résultat exact.

$$a_1 = -2 \quad , \quad a_2 = \frac{-1}{2} \quad , \quad a_3 = 0 \quad \text{oder/ou} \quad a_4 = 1$$

Aufgabe / Problème 3:

(a) Ersetzen Sie im Integral die Leerstelle durch eine Funktion (nicht Null), sodass sich das Integral leicht mittels Substitution berechnen lässt. Finden Sie anschliessend das unbestimmte Integral.
Remplacer le point d'interrogation ci–dessous par une fonction (non zéro) tel qu'on peut calculer l'intégral avec une substitution. Puis trouver l'intégral indéfinie.

$$\int \cosh^3(4\,x)\ \boxed{\quad ? \quad}\ dx$$

(b) Schreiben Sie das Integral um, sodass nur noch die Funktion $f(x)$ im Resultat auftaucht (keine Ableitungen mehr).
Reécrire l'expression ci–dessous tel qu'on ne trouve que la fonction $f(x)$ dans l'intégral (plus de dérivée).

$$\int_0^z x^3\,f''(x)\,dx$$

Aufgabe / Problème 4:

Un des deux intégrales existe

Eines der beiden Integrale existiert

$$A = \int_0^1 \frac{1}{(x^2-4)(x+1)}\,dx \quad \text{ou/oder} \quad B = \int_0^1 \frac{1}{(x^2+4)(x-1)}\,dx$$

(a) Decider lequel des deux intégrals définit existe.

(b) Trouver une function primitive.

(c) Trouver le valeur exact de l'intégral.

(a) Entscheiden Sie welches der bestimmten Integrale existiert.

(b) Finden Sie eine Stammfunktion.

(c) Berechnen Sie das Integral exakt.

Aufgabe / Problème 5:

Untersuchen Sie die Funktion $f(x) = e^x$ auf dem Intervall $[-1,1]$. Unterteilen Sie das Intervall in n Stücke gleicher Länge.

(a) Die Funktion soll approximiert werden. Wie gross muss n gewählt werden, damit der maximale Approximationsfehler durch stückweise lineare Approximation kleiner als 10^{-5} ist?

(b) Mittels der obigen Unterteilung (d.h. Teil a) wird das Integral $\int_{-1}^1 e^x\,dx$ durch die Formel von Simpson berechnet. Wie gross ist der Fehler maximal? Das Integral muss nicht berechnet werden.

Examiner la fonction $f(x) = e^x$ sur l'intervalle $[-1,1]$. Divider l'intervalle en n morceau de la mème longeur.

(a) On cherche une approximation de la fonction. Trouver le nombre n tel que l'erreur maximale d'une approximation linéaire par morceau est plus petit que 10^{-5}.

(b) On peut utiliser la partition ci–dessus (partie a) et la méthode de Simpson pour calculer l'intégral $\int_{-1}^1 e^x\,dx$. Estimer l'erreur maximal de cette approximation. Ne calculer pas l'intégral.
