

**Aufgabe / Problème 1:**

Utiliser la définition de la dérivée, des propriétés de la fonction  $f(x) = e^{2x}$  et la limite ci-dessous pour trouver la dérivée de la fonction  $f(x)$  pour  $x = x_0$ .

Verwenden Sie die Definition der Ableitung, Eigenschaften der Funktion  $f(x) = e^{2x}$  und den untenstehenden Grenzwert um die Ableitung von  $f(x)$  an der Stelle  $x = x_0$  zu bestimmen.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$$


---

**Aufgabe / Problème 2:**

Calculer les expressions suivantes

Bestimmen Sie die folgenden Ausdrücke

(a)  $\frac{d}{dx} \left( x^2 - 3x^3 - \frac{1}{x^2} \right)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) - 2x}{x^3}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(2x) - 2x}{x^3}$

(d)  $\frac{d}{dx} \left( \frac{\sin(\sinh(3x^3))}{1+x^2} \right)$

(e)  $\frac{d^2}{dx^2} e^{\cos x}$

---

**Aufgabe / Problème 3:**

Untersuchen Sie die Funktion

Examiner la fonction

$$f(x) = x - \cos x$$

(a) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangenten an die Kurve im Punkt  $x = \frac{\pi}{4}$ .

(a) Trouver l'équation de la tangente à cette courbe au point  $x = \frac{\pi}{4}$ .

(b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der obigen Tangente mit der  $x$ -Achse. Was hat dieser Punkt mit der ursprünglichen Funktion  $f(x)$  zu tun? Tip: Graphik.

(b) Trouver le point d'intersection de cette tangente avec l'axe des  $x$ . Quel est la relation de ce point avec la fonction originale  $f(x)$ ? Tip: graphique

---

**Aufgabe / Problème 4:**

Untersuchen Sie ob die folgenden Reihen konvergieren. Die Antwort muss begründet werden (Konvergenzkriterium).

Examiner la convergence des séries ci-dessous. Donner le raisonnement pour vos réponses (critère de convergence).

(a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 4}$$

(b) Für welche Werte von  $x$  konvergiert die Reihe?  
Pour quels valeurs de  $x$  la série est convergente?

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$$

(c) Für welche Werte von  $x$  konvergiert die Reihe?  
Pour quels valeurs de  $x$  la série est convergente?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)^n} x^n$$

**Aufgabe / Problème 5:**

Un ballon tombe a partir d'une hauteur  $H$  sur un terrain plat. Á chaque saut le ballon remonte á une hauteur de  $r$  fois la hauteur précédente ( $0 < r < 1$ ).

Ein Ball fällt aus Höhe  $H$  auf einen ebenen Untergrund. Bei jedem Sprung erreicht der Ball das  $r$ -fache der zuletzt erreichten Höhe ( $0 < r < 1$ ).

(a) Calculer le chemin a parcourir pour trois sauts complets ( du point le plus haut au point le plus haut).

(a) Berechnen Sie den zurückgelegten Weg nach 3 vollständigen Sprüngen (höchster Punkt zu höchstem Punkt).

(b) Calculer le chemin a parcourir pour  $n$  sauts complets.

(b) Berechnen Sie den zurückgelegten Weg nach  $n$  vollständigen Sprüngen.

(c) Calculer le chemin a parcourir jusque le ballon arrête de sauter.

(c) Berechnen Sie den bis zum Stillstand zurückgelegten Weg.