F1 Analyse/Analysis **Prüfung/Épreuve 2**

Dr. A. Stahel 8.2.2005

Ohne Taschenrechner

Sans calculatrice

Aufgabe / Problème 1:

Calculer les expressions suivantes

Bestimmen Sie die folgenden Ausdrücke

$$\begin{aligned} a &= \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n^2+3} \\ b &= \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{13\, n^2\, e^{-n}} \\ c &= \lim_{n\to\infty} \frac{3+4\,n^4}{2\,n-n^4+17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d &= 3+1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81} \\ e &= \lim_{n\to\infty} \frac{e^{3\,n}}{\cosh(3\,n)+n^2} \end{aligned}$$

Aufgabe / Problème 2:

Pour la fonction $f(x)=e^x$ on sait que $f'(0)=1$.

(a) Utiliser la définition de la dérivée pour transformer $f'(0)=1$ dans une limite.

(b) Utiliser la limite ci–dessus, la définition de la dérivée et des propriétés de la fonction exponentielle pour déterminer la dérivé de la fonction $g(x)=e^{3\,x}$ au point $x=x_0$.

Montrer tout calculation intermédiaire.

Für die Funktion $f(x)=e^x$ weiss man, dass $f'(0)=1$.

(a) Verwenden Sie die Definition der Ableitung um $f'(0)=1$ in einen Grenzwert umzuformen.

(b) Verwenden Sie den obigen Grenzwert, die Definition der Ableitung und Eigenschaften der Exponentialfunktion um die Ableitung der Funktion $g\,(x)=e^{3\,x}$ an der Stelle x_0 zu bestimmen.

Alle Zwischenschritte sind zu zeigen.

Aufgabe / Problème 3:

Calculer les expressions suivantes

Bestimmen Sie die folgenden Ausdrücke

$$\begin{aligned} a(x) &= \frac{d}{dx}\left(x-3\,x^3+\sin(2\,x)\right) \\ b(x) &= \frac{d}{dx}\,\frac{e^{2x}}{1+x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(x) &= \frac{d^2}{dx^2}\,(e^x)^x \\ d(x) &= \frac{d}{dx}\left(x^2\,\tan(\frac{x}{2})\right) \end{aligned}$$

Aufgabe / Problème 4:

Bei einem Quadrat mit Fläche A wird jede Seite um den Faktor $0<r<1$ verkürzt und das neue Quadrat rechts angefügt. Dieser Vorgang wird wiederholt.

(a) Finden Sie eine möglichst einfache Formel für die Summe alle Quadratflächen der ersten n Quadrate. Die Situation $n=3$ ist unten skizziert.

(b) Bestimmen Sie die Gesamtfläche, falls unendlich viele Quadrate berücksichtigt werden.

Pour un carré avec aire A on allonge chaque côté par un facteur $0<r<1$ et puis on ajoute le nouveau carré à droite. Répéter ce processus.

(a) Trouver une formule simple pour la somme des aires pour les premiers n carrés. Ci–dessous la situation $n=3$ et montré.

(b) Déterminer l'aire totale si on tien compte d'un nombre infinie de ces carrés.