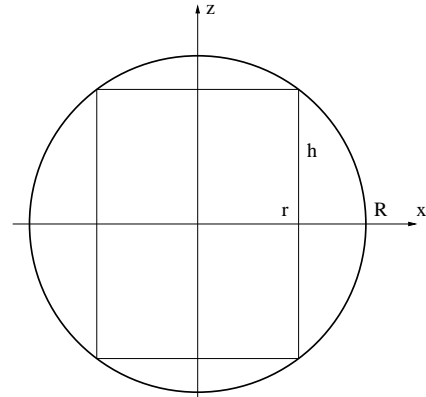


F1 Analysis / analyse
Vordiplom / examen propédeutique

Dr. Andreas Stahel
 HTA Biel
 14. September 2004, 8:00 – 11:00

Aufgabe / problème 1:

Durch Rotation des rechtstehenden Kreises mit Radius R um die z -Achse entsteht eine Kugel mit Radius R . Durch Rotation des eingeschriebenen Rechtecks mit halber Höhe h entsteht ein Zylinder. Für welchen Wert von h wird die Mantelfläche (ohne Boden und Deckel) des Zylinders maximal und wie gross ist die maximale Fläche?



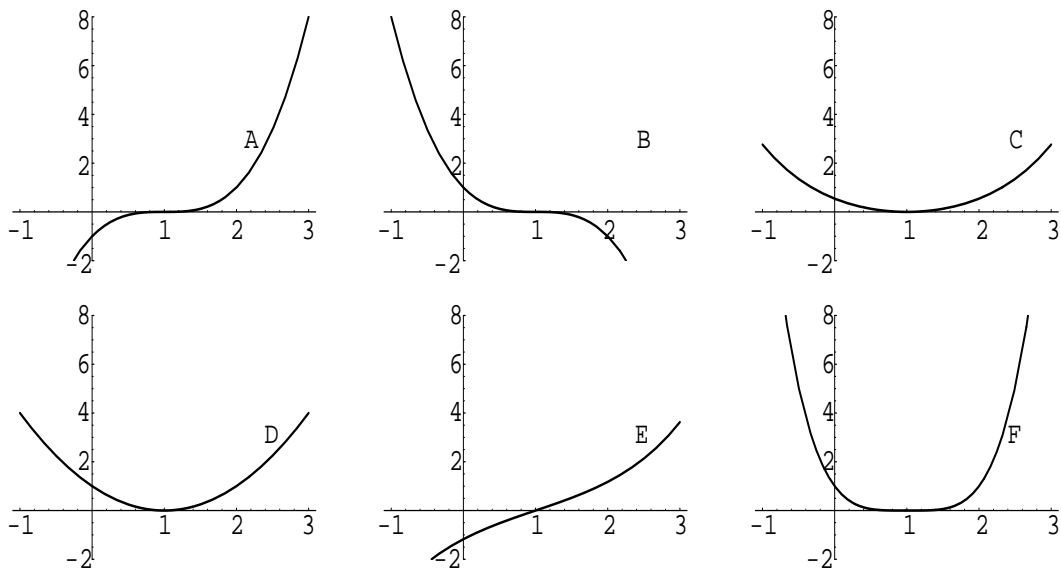
Par une rotation du cercle de rayon R autour l'axe des z on obtient une boule de rayon R . Par la rotation du rectangle inscrit avec demi-hauteur h on obtient un cylindre. Pour quelle valeur de h l'aire latérale du cylindre (sans fond ni couvercle) est-elle maximale et quelle est l'aire maximale?

Aufgabe / problème 2:

Von den folgenden zehn Funktionen sind die Graphen von sechs Funktionen unten gezeigt. Bestimmen Sie die sechs zusammengehörenden Paare.

Vous trouver ci-dessous les graphes de six des dix fonctions données. Déterminer les paires des fonctions et graphes qui correspondent.

- | | |
|-------------------------------|---------------------------|
| 1 : $f(x) = \cosh(x - 1)$ | 2 : $f(x) = \sinh(x - 1)$ |
| 3 : $f(x) = \cosh(x - 1) - 1$ | 4 : $f(x) = \sinh(x) - 1$ |
| 5 : $f(x) = x - 1$ | 6 : $f(x) = 1 - x$ |
| 7 : $f(x) = (1 - x)^3$ | 8 : $f(x) = (x - 1)^3$ |
| 9 : $f(x) = (x - 1)^2$ | 10 : $f(x) = (1 - x)^4$ |



Aufgabe / problème 3:

Die Oberfläche S eines Zylinders lässt sich aus der Höhe h und dem Radius r gemäss der untenstehenden Formel bestimmen. Es wurde folgende Werte gemessen

$$\begin{aligned} S(h, r) &= 2\pi r^2 + 2\pi h r \\ r &= 20.5 \pm 0.4 \text{ cm} \\ h &= 25.0 \pm 0.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

La surface S d'un cylindre dépend de la hauteur h et du rayon r selon la formule ci-dessous. On a mesuré les valeurs suivantes:

Verwenden Sie lineare Approximationen um die folgenden Fragen zu beantworten.

- Wie gross ist die absolute Messunsicherheit der Oberfläche S ?
- Wie gross ist die relative Messunsicherheit der Oberfläche S ?
- Wie genau müssen h und r bestimmt werden, damit der relative Fehler von S kleiner als 1% ist?

Utiliser une approximation linéaire pour répondre aux questions suivantes:

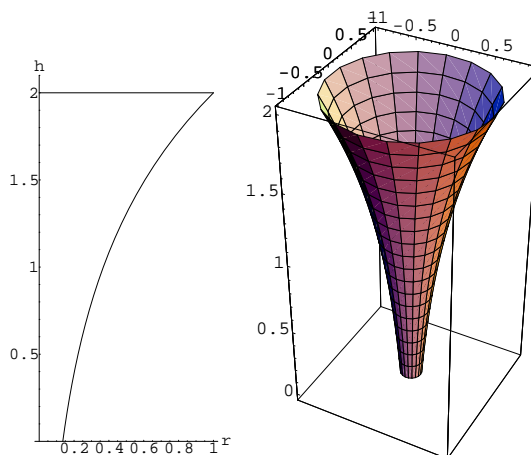
- Quelle est l'incertitude de mesure absolue pour l'aire S ?
- Quelle est l'incertitude de mesure relative pour l'aire S ?
- Avec quelles tolérances doit-on mesurer h et r pour que l'erreur relative en S soit plus petite que 1% ?

Aufgabe / problème 4:

Die Fläche zwischen der Kurve und der h -Achse wird um die vertikale Achse rotiert. Es entsteht ein Kegel mit kreisförmigen Schnitten. Die Figur rechts zeigt nur die Aussenfläche. Der Radius r als Funktion der Höhe h ist gegeben durch

$$r(h) = e^{h-2} \quad \text{für/pour} \quad 0 \leq h \leq 2$$

La fonction ci-dessus exprime le rayon r d'un solide avec des sections circulaires en fonction de la hauteur h . Lorsque la section entre la courbe et l'axe des h fait des révolutions autour l'axe vertical, on obtient un solide conique. Le graphique montre la surface extérieure.



- Berechnen Sie die gesamte Masse M . Die Dichte ρ sei bekannt.
- Stellen Sie ein Integral auf um die Gewichtskraft $F(H)$ zu bestimmen, welche durch die Masse unterhalb der Höhe H erzeugt wird.
- Berechnen Sie die Spannung τ (Kraft pro Fläche) in einem Schnitt bei $h = H$.

- Trouver la masse totale M . La densité ρ est connue.
- Donner une intégrale pour calculer la force de gravitation $F(H)$, créée par la section de la cône au-dessous de la hauteur H .
- Trouver la tension τ (force par aire) dans une section à une hauteur de $h = H$.

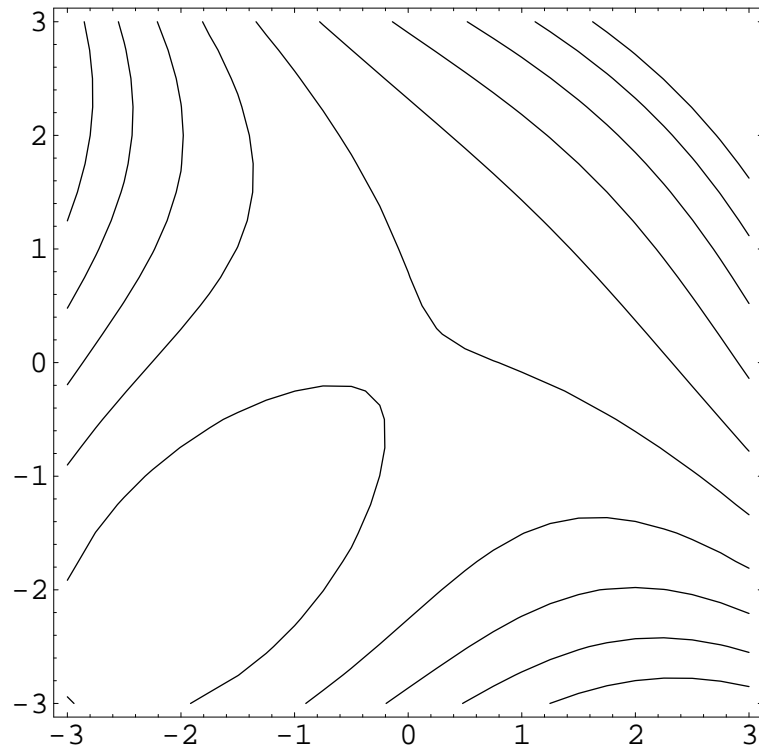
Aufgabe / problème 5:

Von einer einfachen Funktion $f(x, y)$ weiss man, dass

Pour une fonction $f(x, y)$ simple on sait que

$$\nabla f(x, y) = \text{grad } f(x, y) = (-6y - 3x^2, -6x - 3y^2)$$

- (a) Erraten Sie die Funktion.
- (b) Finden Sie alle kritischen Punkte dieser Funktion.
- (c) Klassifizieren Sie die obigen kritischen Punkte als lokale Maxima, Minima oder Sattelpunkte.
- (d) In der untenstehenden Graphik finden Sie Niveaulinien dieser Funktion. Skizzieren Sie das Gradientenfeld so genau wie möglich in der gegebenen Graphik.
- (a) Deviner la fonction.
- (b) Trouver tous les points critiques de cette fonction.
- (c) Décider si les points critiques sont des maxima, minima ou des points de col.
- (d) Dans le graphique ci-dessous trouver des courbes de niveau de cette fonction. Esquisser le champ vectoriel du gradient le plus exact possible dans le graphique donné.

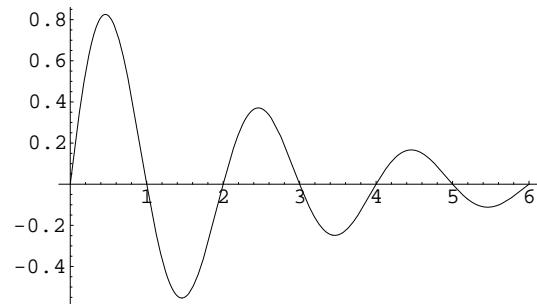


Aufgabe / problème 6:

Examiner la fonction ci-dessous

$$f(x) = e^{-0.4x} \sin(\pi x)$$

Untersuchen Sie die untenstehende Funktion.



Examiner les intégrales suivantes

Untersuchen Sie die folgenden Integrale

$$A = \int_0^1 f(x) dx \quad \text{et/und} \quad A_n = \int_n^{n+1} f(x) dx$$

$$B_k = \int_0^{k+1} f(x) dx \quad \text{et/und} \quad B = \int_0^{\infty} f(x) dx$$

- | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>(a) Trouver la valeur numérique de A à l'aide de la formule de Simpson avec quatre sous-intervalles de longueur égale.</p> <p>(b) Montrer que $A_n = q^n A$ pour une valeur de q bien choisie. Tip: $f(x+1) = ?$</p> <p>(c) Utiliser une somme géométrique pour trouver la valeur de B_k à l'aide des résultats précédents. Puis trouver la valeur de B.</p> | <p>(a) Bestimmen Sie den Wert von A numerisch mit Hilfe der Formel von Simpson und 4 Teilintervallen gleicher Länge.</p> <p>(b) Zeigen Sie, dass $A_n = q^n A$ für einen geeigneten Wert von q. Tipp: $f(x+1) = ?$</p> <p>(c) Verwenden Sie eine geometrische Summe um den Wert von B_k mit Hilfe der vorangehenden Teilergebnisse zu bestimmen. Anschließend kann B bestimmt werden.</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
-