F1 Analyse/Analysis **Prüfung/Épreuve 2**

Dr. A. Stahel 26.2.2004

Aufgabe / Problème 1:

Calculer les expressions suivantes. Montrer les résultats intermédiaires.

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke. Zwischenresultate sind zu zeigen.

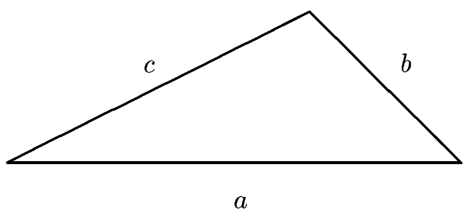
$$\begin{aligned} a &= \frac{d}{dx}\,\sin\left(2\,x + e^{(x^2)}\right) \\ b &= \frac{d}{dz}\,\frac{x^2 - x\,z}{z^2 + 4\,x} \\ c &= \frac{d}{dx}\,\left(\sqrt[3]{2\,x} + x^x\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d &= \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{e^{2\,x} - 2\,x} \\ f &= \lim_{x\to 0} \frac{e^{2\,x} - 1 - 2\,x}{x^2} \end{aligned}$$

Aufgabe / Problème 2:

Untersuchen Sie ein Dreieck mit fester Grundlinie a und festem Umfang $2\,L$. Zeige, das die Dreiecksfläche A maximal wird für das gleichschenklige Dreieck $b = c$.
Tipp: Formel von Heron für die Fläche

Examiner un triangle avec base fixe a et de circonférence fixe $2\,L$. Montrer que l'aire A du triangle est maximale pour un triangle isocèle $b = c$.
Tip: formule de Héron pour l'aire



$$2\,L = a + b + c$$

$$A = \sqrt{L\,(L-a)\,(L-b)\,(L-c)}$$

Aufgabe / Problème 3:

Für kleine Werte der festen Zahl $z \approx 0$ ist der Wert von $x = \ln(1+z)$ bestimmt als Lösung der Gleichung

Pour des valeurs fixes du nombre $z \approx 0$ la valeur $x = \ln(1+z)$ est determinée comme solution de l'équation

$$f(x) = e^x - 1 - z = 0$$

(a) Verwenden Sie das Verfahren von Newton um mit einem Schritt eine approximative **Formel** für x zu finden. Der Startwert x_0 ist geeignet zu wählen, möglichst einfach.

(b) Führen Sie einen zweiten Schritt des Verfahrens exakt aus $x_2 = \ldots$.

(c) Verwenden Sie das Resultat der vorangehenden Teilaufgabe um $x = \ln 1.2$ approximativ zu bestimmen.

(a) Utiliser un pas de la méthode de Newton pour trouver une **formule** approximative pour x. Choisir une bonne valeur initiale x_0 autant simple que possible.

(b) Appliquer un deuxième pas de la méthode pour trouver $x_2 = \ldots$.

(c) Utiliser le résultat du probléme précédente pour calculer la valeur de $x = \ln 1.2$ dune façon approximative. approximativ zu bestimmen.

Aufgabe / Problème 4:

Soit f la longueur focale d'une lentille. Un object se trouve à une distance u de la lentille et l'image se trouve à une distance v de la lentille. Utiliser

Die Brennweite einer Linse sei f. Befindet sich ein Objekt um u von der Linse entfernt, so finden Sie das Bild des Objektes in einer Distanz v, wobei

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{u} - \frac{1}{f}$$

Utiliser une approximation linéaire.

(a) Soit $f = 2.25$ [m] et $v = 1.5$ [m] . Trouver la variation Δu de u d'une façon approximative si la distance v change de v à $v + \Delta v$.

(b) Trouver Δu si v change de 1.5 à 1.3 [m] .

Verwenden Sie eine lineare Approximation.

(a) Sei $f = 2.25$ [m] und $v = 1.5$ [m] . Bestimmen Sie die Änderung Δu von u approximativ, falls der Abstand v um Δv variiert.

(b) Wie gross ist Δu, falls v von 1.5 auf 1.3 [m] ändert?
