F1 Analyse/Analysis **Prüfung/Épreuve 2**

Dr. A. Stahel 25.2.2003

Aufgabe / Problème 1:

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte. Die Rechnungen und Überlegungen sind zu zeigen.

Trouver les limites suivantes. Montrer les calculations et arguments.

$$\begin{aligned} a &= \lim_{x\to 0} \frac{\cos(2\,x)-1}{x^2} \\ b &= \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos^2(2\,x)}{x} \\ c &= \lim_{x\to 0+} x^x \end{aligned}$$

Aufgabe / Problème 2:

(a) Entscheiden Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren oder nicht.
Décider si les séries suivantes sont convergent ou pas.

$$a = \sum_{n=17}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} \quad , \quad b = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} \quad , \quad c = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$$

(b) Bestimmen Sie den Wert der folgenden Reihe **exakt**. Tip: Summe von zwei Reihen
Déterminer la valeur **exacte** de la série ci–dessous. Tip: somme de deux séries.

$$s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sinh n}{e^{2\,n}}$$

Aufgabe / Problème 3:

Regarder la fonction $f(x)$ sur l'intervalle I.

Betrachten Sie die Funktion $f(x)$ auf dem Intervall I .

$$f(x) = e^{\sin(x)} \quad \text{avec/mit} \quad x \in I = [\pi - 0.2, \pi + 0.2]$$

(a) Trouver le polynôme de Taylor de degré deux pour $x_0 = \pi$.

(b) Trouver une borne pour l'erreur dans l'approximation de $f(x)$ au–dessus.

(a) Finden Sie das Taylorpolynom zweiter Ordung an der Stelle $x_0 = \pi$.

(b) Finden Sie eine obere Schranke für den Fehler der obigen Approximation von $f(x)$.

Aufgabe / Problème 4:

Untersuchen Sie die Funktion $f(x) = \sin x$

(a) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangenten an die Kurve im Punkt $x = x_0$.

(b) Der Schnittpunkt der obigen Tangente mit der y–Achse liegt auf der Höhe 2. Finden Sie die **Gleichung** für x_0.

Examiner la fonction $f(x) = \sin x$

(a) Trouver l'équation de la tangente à cette courbe au point $x = x_0$.

(b) Le point d'intersection de cette tangente avec l'axe des y a une hauteur de 2. Trouver **l'équation** pour x_0 .
