

F1 Analysis / analyse
Vordiplom / examen propédeutique

Dr. Andreas Stahel

HTA Biel

11. September 2001, 8:00 – 11:00

Aufgabe / problème 1:

Examiner les zéros, les extrema et les points d'inflexion de la fonction ci-dessous. Calculer les valeurs et les pentes du graphe de la fonction. Puis esquisser le graphe de cette fonction à l'aide des ces valeurs.

Untersuchen Sie Nullstellen, Extrema und Wendepunkte der untenstehenden Funktion. Berechnen Sie Werte und Steigungen an den obigen Stellen. Anschliessend ist der Graph zu skizzieren mit Hilfe dieser Werte.

$$f(x) = x e^{-x^2/2}$$

Aufgabe / problème 2:

Untersuchen die trigonometrische Funktion $y = f(x) = \sin x$ mit eingeschränktem Definitionsbereich $[\pi/2, 3\pi/2]$.

Examiner la fonction trigonométrique $y = f(x) = \sin x$ avec domaine de définition $[\pi/2, 3\pi/2]$.

(a) Bestimmen Sie das Bild dieser Funktion.

(a) Trouver l'image de cette fonction.

(b) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und das Bild der inversen Funktion f^{-1} .

(b) Déterminer la domaine de définition et l'image de la fonction inverse f^{-1} .

(c) Zeichnen Sie den Graphen der inversen Funktion f^{-1} .

(c) Esquisser le graphe de la fonction inverse f^{-1} .

(d) Berechnen Sie $f^{-1}(-0.5)$

(d) Calculer $f^{-1}(-0.5)$

Aufgabe / problème 3:

Ein 80° warmes Eisenstück wird in ein Bad eingetaucht, das eine feste Temperatur von 20° hat. Nach 10 Minuten hat sich das Teil auf 60° abgekühlt.

Un morceau en fer de 80° est plongé dans un bain avec une température fixe de 20° . Après dix minutes, le morceau s'est refroidi à 60° .

(a) Finden Sie die Temperatur T als Funktion der Zeit t .

(a) Trouver la température T comme fonction du temps t .

(b) Skizzieren Sie den Graphen von $T(t)$ für $0 \leq t \leq 50$.

(b) Esquisser le graphe de $T(t)$ pour $0 \leq t \leq 50$.

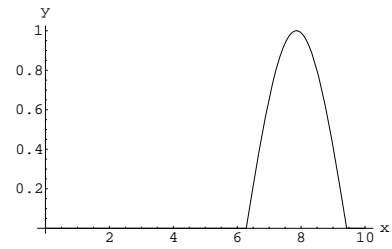
(c) Durch Wahl einer geeigneten Skala wird der Graph dieser Funktion zu einer Geraden. Finden Sie diese Skala und skizzieren Sie die „neue“ Funktion.

(c) Pour une échelle bien choisit le graphe de cette fonction devient une droite. Trouver cette échelle et esquisser ce graphe.

Aufgabe / problème 4:

Betrachten Sie das Flächenstück zwischen der Kurve $y = \sin x$ und der x -Achse, wobei $2\pi \leq x \leq 3\pi$.

Examiner la section entre la courbe $y = \sin x$ et l'axe des x pour $2\pi \leq x \leq 3\pi$.

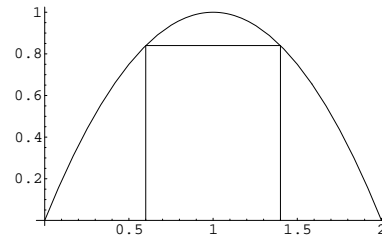


- (a) Bestimmen Sie die Koordinaten (x_s, y_s) des Schwerpunktes. (a) Trouver les coordonnées (x_s, y_s) du centre de gravité.
- (b) Das Flächenstück wird im Raum um die y -Achse rotiert. Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Rotationskörpers. (b) On applique une rotation autour l'axe des y à cette section. Trouver le volume de cet solide de rotation.
-

Aufgabe / problème 5:

Construire un rectangle sous la courbe $y = 2x - x^2$, comme dans la figure à droite. Où doit-on mettre les points x_b de base du rectangle pour que la surface (en trois sections) entre la parabole et les droites est minimale?

Unter der Kurve $y = 2x - x^2$ ist ein Rechteck zu konstruieren gemäss der nebenstehenden Figur. Wo sind die Basispunkte x_b des Rechtecks zu wählen damit die dreiteilige Fläche zwischen der Parabel und den Geraden minimal wird?

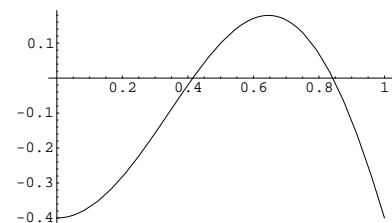


- (a) Trouver la valeur optimale pour x_b . (a) Bestimmen Sie den optimalen Wert von x_b .
- (b) Déterminer l'aire minimale. (b) Berechnen Sie die minimale Fläche.
-

Aufgabe / problème 6:

Die Funktion $f(x) = x \sin(\pi x) - 0.4$ hat eine Nullstelle in der Nähe von $x_0 = 0.5$.

La fonction $f(x) = x \sin(\pi x) - 0.4$ a un zéro proche de $x_0 = 0.5$.



- (a) Wenden Sie einen Schritt des Verfahrens von Newton an mit Startwert $x_0 = 0.5$ um eine bessere Approximation der Nullstelle zu finden.
 - (b) Bestimmen Sie $g(x)$, die Taylorapproximation zweiter Ordnung der Funktion $f(x)$ an der Stelle $x_0 = 0.5$.
 - (c) Bestimmen Sie die Nullstelle von $g(x)$ in der Nähe von x_0 .
- (a) Appliquer une itération de Newton avec valeur initiale $x_0 = 0.5$ pour trouver une meilleure approximation du zéro.
 - (b) Trouver $g(x)$, l'approximation de Taylor de l'ordre 2 de la fonction $f(x)$ au point $x_0 = 0.5$.
 - (c) Trouver le zéro de $g(x)$ proche de x_0 .
-