Aufgabe / Problème 1:

Die Fläche zwischen der x–Achse und der Kurve $y(x) = 1/x^\alpha$ für $1 \leq x < \infty$ wird mit Winkelgeschwindigkeit ω um die y–Achse rotiert. Das entstehende Volumen habe eine Massendichte von ρ.

(a) Stellen Sie das Integral auf um die Rotationsenergie zu berechnen.

(b) Für welche Werte von α erhält man eine endliche Rotationsenergie?

Le section entre l'axe des x et la courbe $y(x) = 1/x^\alpha$ pour $1 \leq x < \infty$ tourne autour l'axe des y avec une vitesse angulaire ω. La densité du matériel du volume généré soit ρ.

(a) Donner un intégral pour l'énergie de rotation de ce solide.

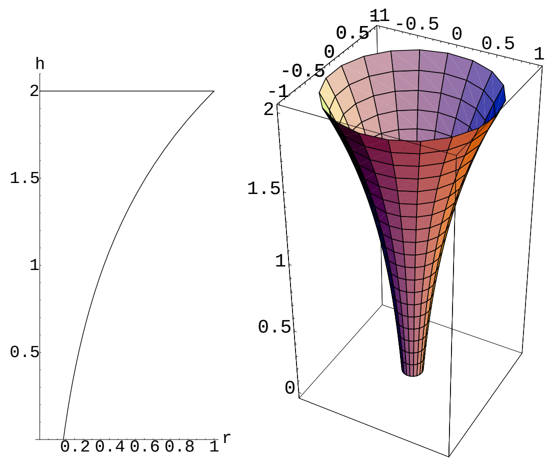
(b) Pour quels valeurs de α on arrive à une énergie bornée (ne pas infinie).

Aufgabe / Problème 2:

Die Fläche zwischen der Kurve und der h–Achse wird um die vertikale Achse rotiert. Es entsteht ein Konus mit kreisförmigen Schnitten. Die Figur rechts zeigt nur die Aussenfläche. Der Radius r als Funktion der Höhe h ist gegeben durch

$$r(h) = e^{h-2} \quad \text{für/pour} \quad 0 \leq h \leq 2$$

La fonction ci–dessus rend le rayon r d'un solide avec des sections circulaire comme fonction de la hauteur h. La section entre la courbe et l'axe des h fait des révolution autour l'axe verticale. On obtien un solid conique. La graphique montre la surface extérieure.



(a) Berechnen Sie die gesamte Masse M. Die Dichte ρ sei bekannt.

(b) Stellen Sie ein Integral auf um die Gewichtkraft $F(H)$ zu bestimmen, welche durch die Masse unterhalb der Höhe H erzeugt wird.

(c) Berechnen Sie die Spannung τ (Kraft pro Fläche) in einem Schnitt bei $h = H$.

(a) Trouver la masse totale M. La densité ρ est connue.

(b) Donner un intégral pour calculer la force de gravitation $F(H)$, crée par la section de la cône au–dessous de la hauteur H.

(c) Trouver le tension τ (force par aire) dans une section à une hauteur de $h = H$.

Aufgabe / Problème 3:

Une boule roule sur la courbe donnée par la paramétrisation de la courbe donnée ci–dessous. Le paramètre τ **n'est pas** le temps physique.

(a) Donner un intégral pour la longueur L de cette courbe et puis trouver L à l'aide de la calculatrice.

(b) La vitesse (en temps réel t) $v = \|\vec{v}\|$ est déterminée par $\frac{1}{2}\,v^2 = g\cdot(4-z)$. Trouver un intégral pour le temps de voyage total T du ballon sur cette courbe. Utiliser $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$

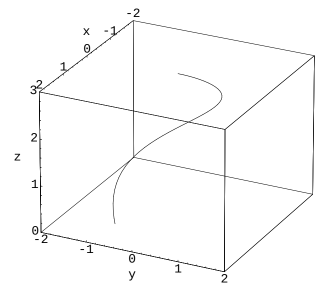
Eine Kugel rollt entlang der unten parametrisierten Kurve. Der Parameter τ entspricht **nicht** der physikalischen Zeit.

(a) Geben Sie ein Integral an, um die Länge L der Kurve zu berechnen. Berechnen Sie anschliessend L mit Hilfe des Taschenrechners.

(b) Die Geschwindigkeit (bezüglich der physikalischen Zeit t) $v = \|\vec{v}\|$ ist bestimmt durch $\frac{1}{2}\,v^2 = g\cdot(4-z)$. Bestimmen Sie ein Integral um die totale Reisezeit T zu berechnen. Verwende $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$

$$\begin{pmatrix} x(\tau) \\ y(\tau) \\ z(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}\,\tau^2 \\ \sin(3\,\tau) \\ 3-\tau^2 \end{pmatrix}$$

avec / wobei $0 \leq \tau \leq 3$.

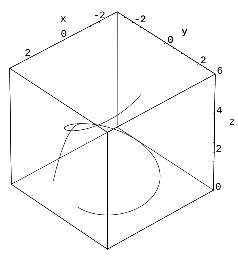


Aufgabe / Problème 4:

La position d'un ballon est donnée par la spirale ci–dessous. Pour un certain temps t_0 il est lâché de la courbe et il vol parallèle au plan xz. La seule force est la gravitation ($g = -10\ \mathrm{m/s^2}$) dans la direction des z.

Die Position eines Balles ist gegeben durch die untenstehende Spirale. Zu einer bestimmten Zeit t_0 wird der Ball losgelassen und er fliegt parallel zur xz–Ebene weiter. Die einzige wirkende Kraft ist die Gravitation ($g = -10\ \mathrm{m/s^2}$) in die z–Richtung.

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\,\cos t \\ 2\,\sin t \\ \frac{1}{10}\,t^2 \end{pmatrix}$$



(a) Trouver le vecteur de vitesse $\vec{v}(t)$ pour $t \leq t_0$.

(b) Déterminer le temps t_0 et la location et vitesse au temps $t = t_0$.

(c) Quand va le ballon toucher le plan des xy ?

(a) Bestimmen Sie den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}(t)$ für $t \leq t_0$.

(b) Bestimmen Sie den Zeitpunkt t_0 und die Position und Geschwindigkeit zur Zeit t_0.

(c) Wann wird der Ball auf der xy–Ebene auftreffen?
