F1 Analyse/Analysis **Prüfung/Épreuve 3**

Dr. A. Stahel 23.5.2001

Aufgabe / Problème 1:

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke exakt, d.h. keine numerischen Resultate des Taschenrechners.

Calculer d'une façon exacte, veut dire pas de résultat numérique de la calculatrice.

$$\begin{aligned}
a &= \int x^2 + \sin(2\,x)\;dx \\
b &= \int x\,\sqrt{1+3\,x^2}\;dx \\
c &= \int_{-7}^{7} x\,e^{-x^2}\;dx \\
d &= \int e^{-x/3} + \cos(\frac{x}{2})\;dx \\
e &= \frac{d}{dz}\int_1^z \sinh(\cos x)\;dx
\end{aligned}$$

Aufgabe / Problème 2:

Trouver la surface limitée par les graphdes des deux fonctions

Finden Sie die Fläche zwischen den Graphen der beiden Funktionen

$$y = f(x) = x^3 + 2 \quad \text{et/und} \quad y = g(x) = x^3 + x^2 - 2\,x - 1 \qquad .$$

Aufgabe / Problème 3:

Berechnen Sie

Calculer

$$A = \int_0^{\pi} \sin\frac{x}{4}\;dx$$

(a) exakt

(b) mit der Trapezregel und den drei Stützpunkten bei den Punkten $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{\pi}{2}$ und $x_2 = \pi$.

(c) mit der Simpsonregel und den drei Stützpunkten bei den Punkten $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{\pi}{2}$ und $x_2 = \pi$.

(d) Vergleichen Sie die obigen Resultate und kommentieren Sie.

(a) exacte

(b) avec la règle des trapèzes et les trois points de support $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{\pi}{2}$ et $x_2 = \pi$.

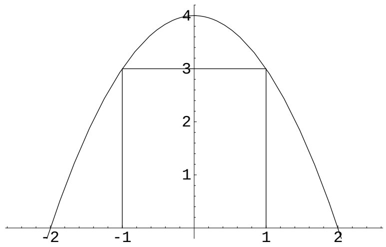
(c) avec la règle de Simpson et les trois points de support $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{\pi}{2}$ et $x_2 = \pi$.

(d) Comparer les résultats ci–dessus et donner un commentaire.

Aufgabe / Problème 4:

Construire un rectangle sous la courbe $y = 4 - x^2$, comme dans la figure à droite. Où doit-on mettre les points de base du rectangle pour que la surface (en trois sections) entre la parabole et les droites est minimale?

Unter der Kurve $y = 4-x^2$ ist ein Rechteck zu konstruieren gemäss der nebenstehenden Figur. Wo sind die Basispunkte des Rechtecks zu wählen damit die dreiteilige Fläche zwischen der Parabel und den Geraden minimal wird?



(a) Trouver la valeur optimale pour x.

(b) Déterminer l'aire minimale.

(a) Bestimmen Sie den optimalen Wert von x.

(b) Berechnen Sie die minimale Fläche.

Aufgabe / Problème 5:

Pour un $z \in \mathbb{R}_+$ donné le nombre x est déterminé par l'équation $e^x = z$. Le nombre z est proche de 1.0 . **Ne pas** utiliser le logarithme pour les deux premières parties de l'exercice.

(a) Etablir une formule d'approximation pour x à l'aide d'une seule itération de la méthode de Newton.

(b) Etablir une formule d'approximation pour x à l'aide de **deux** itérations de la méthode de Newton.

(c) Comparer pour $z = 1.1$ les valeurs de x obtenues avec $\ln 1.1$. Vos commentaires?

Bei gegebenem $z \in \mathbb{R}_+$ ist die Zahl x bestimmt durch die Gleichung $e^x = z$. Die Zahl z sei nahe bei 1.0 . Für die ersten beiden Teilaufgaben darf **keine** Logarithmusfunktion verwendet werden.

(a) Finden Sie eine approximative Formel für x mit Hilfe eines Schrittes des Newtonverfahrens.

(b) Finden Sie eine approximative Formel für x mit Hilfe von **zwei** Schritten des Newtonverfahrens.

(c) Vergleichen Sie für $z = 1.1$ den obigen Wert von x und $\ln 1.1$. Kommentar?
