

F2 Mathematik 2, Schlussprüfung, Fourier

Dr. Andreas Stahel, BFH-TI Biel

8. Juli 2016, 8.30 – 11:30

Aufgabe 1: Untersuchen Sie die Funktion $f(x) = \pi^2 - x^2$ auf dem Intervall $[0, \pi]$. Diese Funktion ist durch andere Funktionen $g(x)$ zu approximieren, wobei der Approximationsfehler

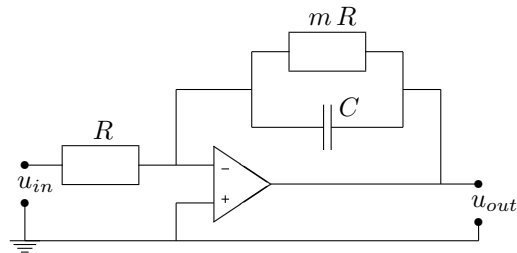
$$\int_0^\pi |f(x) - g(x)|^2 dx$$

minimal sein soll. Die in dieser Aufgabe zu berechnenden Integrale können auch numerisch bestimmt werden.

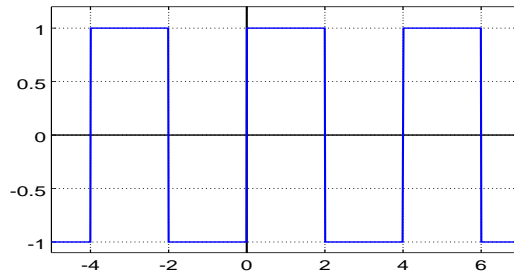
- Bestimmen Sie die Konstante B in der Funktion $g(x) = B \cos x$, sodass der obige Ausdruck minimal wird.
 - Bestimmen Sie die Konstanten k_0 , k_1 und k_2 in $g(x) = k_0 + k_1 \cos(x) + k_2 \cos(2x)$, sodass der obige Ausdruck minimal wird.
-

Aufgabe 2: Für eine (idealisierte) Operationsverstärkerschaltung und komplexe Eingangssignale der Form $u_{in}(t) = e^{i\omega t}$ gilt die Beziehung

$$\frac{u_{in}(t)}{R} = -u_{out}(t) \left(\frac{1}{mR} + i\omega C \right)$$



Diesem Schaltkreis wird nun ein periodisches Eingangssignal der untenstehenden Form eingegeben.



- Bestimmen Sie die Fourierreihe des Eingangssignals $u_{in}(t)$, reell oder komplex. Die zu bestimmenden Integrale sind anzugeben und die entstehende Reihe so weit wie möglich zu vereinfachen.
 - Bestimmen Sie die Fourierreihe des Ausgangssignals $u_{out}(t)$, reell oder komplex.
-

Aufgabe 3: Das Bundesamt für Meteorologie und Klimatologie (MeteoSchweiz) erfasst seit 1864 die monatliche Durchschnittstemperatur an verschiedenen Orten in der Schweiz, z.B. in Zollikofen. Somit hat man für die 152 vollständigen Jahre 1864-2015 genau $N = 12 \cdot 152 = 1824$ Datenpunkte. Mit Hilfe einer Fourierreihe können die jährlichen Schwankungen untersucht werden.

- Welcher komplexe Fourierkoeffizient c_n enthält die Information über die Schwankungen mit einer Periode von einem Jahr. Zeigen Sie wie n zu bestimmen ist.
 - Bei korrekt gewähltem n erhält man $c_n = -4.66386 + i0.12835$. Zeichnen Sie mit dieser Information den Graphen der **Schwankungen** mit Periode 1 Jahr für die Zeiten $0 \leq t \leq 360$ Tage. Arbeiten Sie mit 12 Monaten zu je 30 Tagen.
 - An welchen Tagen ist typischerweise die höchste Temperatur zu erwarten?
-