

**F2 Mathematik 2 / mathématique 2**  
**Schlussprüfung / examen final**  
**Fourier**

Dr. Andreas Stahel  
BFH-TI Biel

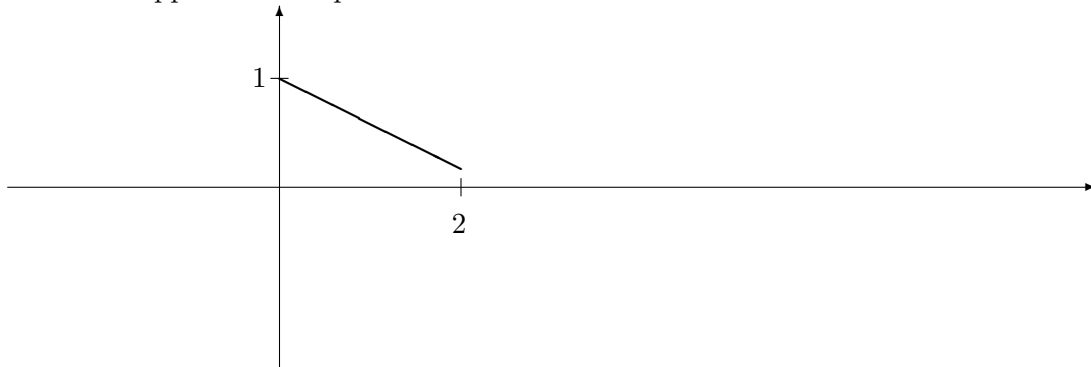
6 Juli 2015, 8.30 – 11:30, 2 Stunden für Fourier

**Aufgabe / problème 1:**

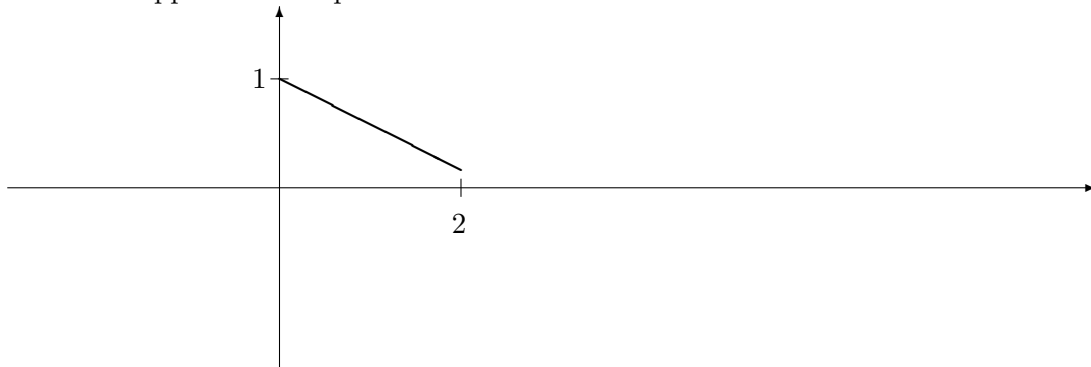
Eine Funktion auf dem Intervall  $[0, 2]$  ist gegeben durch die untenstehenden Graphen. Es gilt  $f(t) = 1 - 0.45t$ .

Une fonction sur l'intervalle  $[0, 2]$  est donnée par les graphes ci-dessous. On sait que  $f(t) = 1 - 0.45t$ .

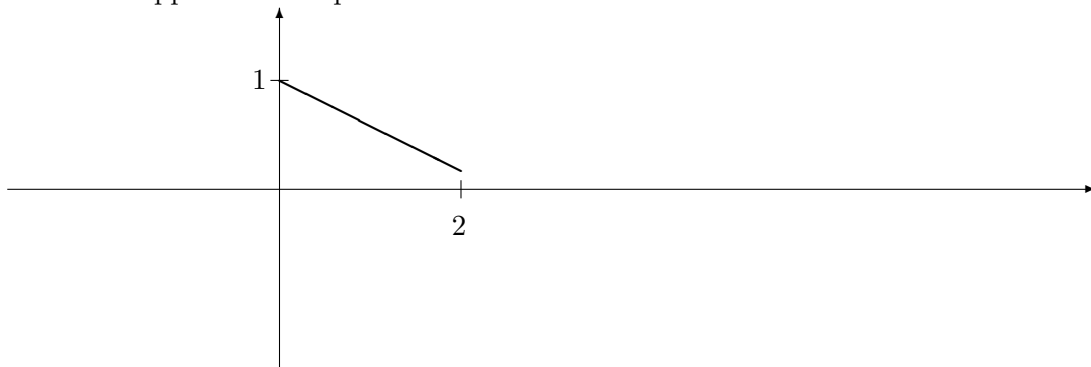
- (a) Skizzieren Sie die Approximation durch eine Fourierreihe mit 10 Termen.  
Dessiner l'approximation par une série de Fourier avec 10 termes.



- (b) Skizzieren Sie die Approximation durch eine Fourier-Sinus-Reihe mit 10 Termen.  
Dessiner l'approximation par une série de Fourier-Sinus avec 10 termes.



- (c) Skizzieren Sie die Approximation durch eine Fourier-Cosinus-Reihe mit 10 Termen.  
Dessiner l'approximation par une série de Fourier-Cosinus avec 10 termes.



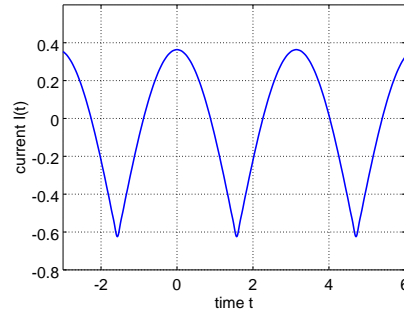
- (d) Finden Sie den Koeffizienten  $c_0$  der Fourierreihe.  
 Trouver le coefficient  $c_0$  de la série de Fourier.

**Aufgabe / problème 2:**

Der Strom durch einen Widerstand  $R$  ist gegeben durch die Funktion  $I(t) = |\cos t| - \frac{2}{\pi}$ . Die Spannung ist  $U(t) = R \cdot I(t)$  und die Momentanleistung ist  $P(t) = U(t) \cdot I(t)$ .

Le courant  $I(t) = |\cos t| - \frac{2}{\pi}$  passe dans une résistance  $R$ . La tension est donnée par  $U(t) = R \cdot I(t)$  et la puissance instantanée est donnée par  $P(t) = U(t) \cdot I(t)$ .

$$\begin{aligned} I(t) &= |\cos(t)| - \frac{2}{\pi} \\ &= \frac{4}{\pi} \left( +\frac{\cos 2t}{1 \cdot 3} - \frac{\cos 4t}{3 \cdot 5} + \frac{\cos 6t}{5 \cdot 7} - \dots \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 4 \cos(2nt)}{\pi (2n-1)(2n+1)} \end{aligned}$$

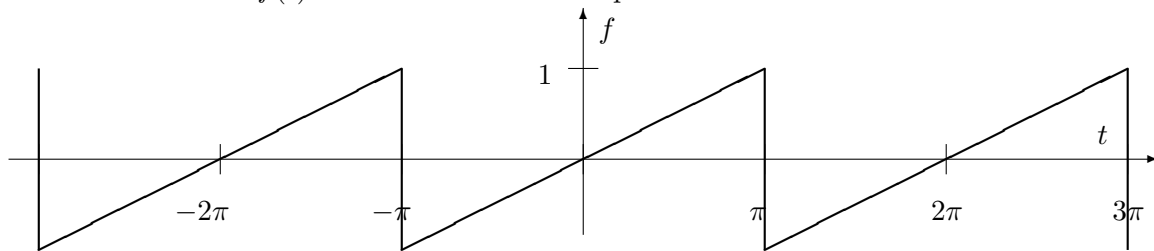


- |  |   |
|--|---|
| <p>(a) Bestimmen Sie die Periode <math>T</math> und die komplexen Fourierkoeffizienten <math>c_n</math> von <math>I(t)</math>. Schreiben Sie die komplexe Fourierreihe von <math>I(t)</math> an.</p> <p>(b) Stellen Sie ein Integral auf, um die geleistete Arbeit <math>A</math> über eine Periode zu bestimmen. Bestimmen Sie anschliessend den Wert des Integrales. Es sind die ersten 3 Terme der reellen Fourierreihe zu verwenden.</p> | <p>(a) Trouver la période <math>T</math> et les coefficients de Fourier complexes <math>c_n</math> de <math>I(t)</math>. Donner la série de Fourier complexe pour <math>I(t)</math>.</p> <p>(b) Donner l'intégrale pour calculer le travail total <math>A</math> pendant une période. Puis calculer la valeur de cette intégrale. Utiliser les trois premiers termes de la série de Fourier réelle.</p> |
|--|---|

**Aufgabe / problème 3:**

Untersuchen Sie die untenstehende,  $2\pi$ -periodische Funktion  $f(t)$ .

Examiner la fonction ci-dessous avec période  $2\pi$ .



- |   |  |
|---|--|
| <p>(a) Bestimmen Sie die reelle Fourierreihe der Funktion <math>f(t)</math>.</p> <p>(b) Skizzieren Sie den ersten Beitrag der Fourierreihe in der obigen Graphik.</p> <p>(c) Finden Sie die komplexe Fourierreihe einer Lösung der untenstehende Differentialgleichung (II). Verwenden Sie (I).</p> | <p>(a) Trouver la série de Fourier réelle de cette fonction.</p> <p>(b) Esquisser le graphe de la première contribution de la série de Fourier dans le graphique ci-dessus.</p> <p>(c) Trouver la série de Fourier complexe d'une solution de l'équation différentielle (II) ci-dessous. Utiliser (I).</p> |
|---|--|

$$(I) : \quad \ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 49y(t) = e^{int} \quad \implies \quad y(t) = \frac{1}{49 - n^2 + i2n} e^{int}$$

$$(II) : \quad \ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 49y(t) = f(t) \quad \implies \quad y(t) = ?$$


---

**Aufgabe / problème 4:**

Das Bundesamt für Umwelt misst die Temperatur der Aare bei Brügg alle 10 Minuten. Für den Monat August 2013 erhält man die untenstehende Graphik mit 4464 Messpunkten. Mit Hilfe einer Fourieranalyse können die Schwankungen innerhalb eines Tages untersucht werden.

L'office fédéral de l'environnement mesure la température de l'Aare chez Brügg toutes les 10 minutes. Pour le mois d'août 2013 on obtient le graphique ci-dessous avec 4464 points de mesure. À l'aide d'une analyse de Fourier on examine les oscillations dans une journée.

- |   |  |
|---|--|
| <p>(a) Welcher komplexe Fourierkoeffizient <math>c_n</math> enthält die Information über die Schwankungen mit einer Periode von 24 h ? Zeigen Sie wie <math>n</math> zu bestimmen ist.</p> <p>(b) Bei korrekt gewähltem <math>n</math> erhält man <math>c_n = -0.016118 + i0.127044</math>. Zeichnen Sie mit dieser Information den Graphen der Schwankungen mit Periode 24 h für die Zeiten <math>0 \leq t \leq 24</math> h .</p> <p>(c) Zu welcher Tageszeit wird die Maximaltemperatur erreicht?</p> | <p>(a) Quel coefficient de Fourier complexe <math>c_n</math> contient l'information pour les oscillations avec une période de 24 h ? Montrer comment déterminer la valeur de <math>n</math>.</p> <p>(b) Pour la bonne valeur de <math>n</math> on obtient <math>c_n = -0.016118 + i0.127044</math>. Utiliser cette information pour esquisser les oscillations avec période 24 h pour les temps <math>0 \leq t \leq 24</math> h .</p> <p>(c) À quelle heure du jour observe-t-on la température maximale ?</p> |
|---|--|

