F1a Analysis 2 / analyse 2
Schlussprüfung / examen final

Dr. Andreas Stahel
BFH-TI Biel
10.8.2009, 8:00 – 11:00

Aufgabe / problème 1:

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke **exakt**.

Calculer les expression ci–dessous d'une façon **exacte**.

$$\begin{aligned} a &= \int x^3 + \cos(\pi\, x)\; dx \\ b &= \int_{-3}^{3} x\, \cosh(17\, x^2)\; dx \\ c &= \frac{d}{dx}\int_1^x s\, e^{-s^2}\; ds \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d &= \frac{\partial^2}{\partial x^2}\,(x^3 + x\,\tan(1+y^2)) \\ e &= \frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial z}\,(x\,y\,z + \cos(x^2+z^2)) \end{aligned}$$

Aufgabe / problème 2:

Unterteilen Sie das Intervall $[0, 2]$ in 4 Stücke gleicher Länge und betrachten Sie die Funktion $f(x) = \cos(\frac{\pi}{4}\, x)$.

(a) Bestimmen Sie den exakten Wert A des Integrals von f über das Interval.

(b) Bestimmen Sie die Ober– und Untersummen $\overline{S}_f(P)$ und $\underline{S}_f(P)$.

(c) Verwenden Sie die Trapezregel um das Integral approximativ zu bestimmen.

Diviser l'intervalle $[0, 2]$ en 4 secteur de la même longueur et examiner la fonction $f(x) = \cos(\frac{\pi}{4}\, x)$.

(a) Trouver l'intégrale exacte A de cette fonction sur cette intervalle.

(b) Trouver la somme intégrale inférieure $\underline{S}_f(P)$ et la somme supérieure $\overline{S}_f(P)$.

(c) Trouver l'approximation de l'intégral par la règle des trapèzes.

Aufgabe / problème 3:

Durch Rotation einer Parabel $z = a\, x^2$ um die z-Achse entsteht eine Rotationsfläche A und ein Rotationsvolumen V der Höhe H mit Radius R. Hierbei sind H und R gegeben, die Konstante a ist zu bestimmen.

(a) Stellen Sie ein Integral auf, um das entstehende Rotationsvolumen V zu bestimmen.

(b) Für dieses Volumen gilt

$$\text{Volumen} = \frac{\text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe}}{c}$$

Finden Sie c.

(c) Stellen Sie ein Integral auf, um die entstehende Rotationsfläche A zu bestimmen. Es ist „nur" der gekrümmte Teil der Fläche zu bestimmen.

En tournant une parabole $z = a\, x^2$ sur l'axe des z, on obtient une surface de révolution A et un volume de révolution V avec une hauteur H et un rayon R. Ici, H et R sont donnés, la constante a est à déterminer.

(a) Etablir une intégrale pour déterminer le volume de révolution V généré.

(b) On a pour ce volume

$$\text{volume} = \frac{(\text{aire de base}) \cdot (\text{hauteur})}{c}$$

Trouver c.

(c) Etablir une intégrale pour déterminer la surface de révolution A générée. Il ne faut „que" déterminer la partie courbée de la surface.

Aufgabe / problème 4:

Untersuchen Sie die Funktion

Examiner la fonction

$$f(x,y) = 2\,x^3 + 3\,x\,y - 2\,y^3 + 5$$

(a) In welche Richtung (in xy–Ebene) hat die Fläche $z = f(x,y)$ die grösste Steigung bei $(x,y) = (-1, \frac{1}{3})$ und wie steil (als Winkel) ist die Fläche?

(b) Finden Sie alle kritischen Punkte dieser Funktion

(c) Klassifizieren Sie die obigen kritischen Punkte als lokale Maxima, Minima oder Sattelpunkte

(a) Dans quel direction (dans le plan des xy) la surface monte le plus rapide possible au point $(x,y) = (-1, \frac{1}{3})$ et quel est l'angle de montée?

(b) Trouver tous les points critiques de cette fonction.

(c) Décider si les points critiques sont des maxima, minima ou des points de col.

Aufgabe / problème 5:

Von einer Mottenkugel mit ursprünglichem Radius $r = 2$ cm verbleiben nach 6 Monaten noch eine Kugel mit Radius 1 cm. Bestimmen Sie den Radius r als Funktion der Zeit t. Gehen Sie davon aus, dass der Volumenverlust pro Zeit proportinal ist zur aktuellen Oberfläche S. ($V = \frac{4}{3}\,\pi\,r^3$, $S = 4\,\pi\,r^2$)

D'une boule de naphtaline avec rayon originale de $r = 2$ cm il reste une boule de rayon 1 cm après 6 mois. Trouver le rayon r comme fonction du temps t. Utiliser que le changement du volume V par temps est proportionelle à la surface S. ($V = \frac{4}{3}\,\pi\,r^3$, $S = 4\,\pi\,r^2$)

Aufgabe / problème 6:

Von einem Zylinder werden der Radius r, die Höhe h und die Masse m gemessen, mit den untenstehenden Resultaten und Toleranzen.

D'un cylindre mesuré le rayon r, la hauteur h et la masse m avec les résultats et tolérances ci–dessous.

$$\begin{aligned} r &= 0.1 \pm 0.001 \ \text{ m} \\ h &= 0.2 \pm 0.001 \ \text{ m} \\ m &= 50 \pm 0.1 \ \text{ kg} \end{aligned}$$

Verwenden Sie lineare Approximationen um die folgenden Fragen zu beantworten.

(a) Bestimmen Sie die Oberfläche S und die zugehögige Toleranz ΔS.

(b) Bestimmen Sie die Dichte ρ und die zugehögige Toleranz $\Delta\rho$.

(c) Bestimmen Sie die relative Toleranz (in %) der Dichte.

Utiliser une approximation linéaire pour répondre aux questions suivantes:

(a) Trouver la surface S et la tolérance ΔS.

(b) Trouver la densité ρ et la tolérance $\Delta\rho$.

(c) Trouver la tolérance relative de la densité en % .
